

POLITECNICO DI MILANO
Facoltà di Ingegneria dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione



Progettazione e realizzazione del controllo di una base robotica bilanciante su ruote

AI & R Lab
Laboratorio di Intelligenza Artificiale
e Robotica del Politecnico di Milano

Relatore: Prof. Andrea Bonarini
Correlatore: Prof. Marco Lovera
Ing. Martino Migliavacca

Tesi di Laurea di:
Andrea Galbiati Matr. 713486

Anno Accademico 2010/2011

Sommario

La tesi in oggetto riguarda lo studio del modello matematico non lineare e del controllo d'equilibrio di un robot a bilanciamento, il quale deve mantenersi in verticale effettuando azioni di controllo su di una coppia di ruote poste sul medesimo asse.

Lo scopo della tesi è studiare, simulare e implementare un controllore che possa mantenere in equilibrio il sistema e fargli seguire un profilo di velocità imposto dall'esterno, tenendo in considerazione il modello fisico, l'hardware di controllo ed i sensori di riferimento.

È stato quindi studiato ed analizzato il modello non lineare del sistema, ricavando le equazioni che lo descrivono con l'approccio basato sull'equilibrio delle forze agenti sul corpo.

Le simulazioni eseguite tramite Matlab e Simulink hanno mostrato un comportamento compatibile con le specifiche imposte e la realizzazione del controllore è stata verificata su un prototipo presso il laboratorio AIRLab del Politecnico di Milano: tale implementazione ha sfruttato attuatori e componentistica hardware a costo relativamente ridotto e presenta buona riutilizzabilità grazie alla libreria software sviluppata.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il Dott. Ing. Martino Migliavacca e il Prof Lovera per i loro preziosi consigli, per la loro collaborazione e per la disponibilità e la pazienza sempre dimostratami.

Ringrazio, inoltre, il Prof. Bonarini per avermi dato l'opportunità di svolgere questo lavoro di tesi presso il Laboratorio di Intelligenza Artificiale e Robotica del Politecnico di Milano.

La passione che caratterizza le persone presenti nel laboratorio, e il clima che in esso si respira, hanno reso incredibilmente piacevoli i mesi di lavoro durante cui la tesi è stata sviluppata, per questo motivo ringrazio anche tutto il gruppo AIRLab, in particolare Davide e Matteo, il cui aiuto è stato prezioso in diverse occasioni.

Un ringraziamento speciale va a tutta la mia famiglia e ai miei Amici per avermi sopportato e supportato in questi anni, a tutti loro dedico la mia tesi (-:

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Struttura della tesi	2
2	Stato dell'arte	3
3	Descrizione del sistema da controllare	10
3.1	Telaio e carico.....	10
3.2	Ruote e trasmissione	11
3.3	Attuatori.....	13
3.4	Sensori	14
3.4.1	Sensori per la stima dell'inclinazione	14
3.4.2	Sensori odometrici	15
3.5	Elettronica di potenza	16
3.6	Logica e microcontrollore.....	17
3.7	Comunicazioni.....	19
3.8	Elettronica di bordo	19
Dati	21
3.9	Masse	21
3.9.1	Profilati.....	21
3.9.2	Supporti angolari.....	22
3.9.3	Giunti.....	22
3.9.4	Ruote	23
3.9.5	Attuatori e riduttori.....	23
3.9.6	Piano d'appoggio ed elettronica	23
4	Studio teorico del problema	25
4.1	Baricentro di Massa	25
4.1.1	Baricentro di Massa del pendolo.....	27
4.1.2	Baricentro di Massa del carrello	29
4.2	Inerzia	29
4.2.1	Inerzia del pendolo.....	30
4.2.2	Inerzia delle ruote.....	32
4.3	Pendolo inverso.....	33
4.4	Modellistica del pendolo inverso	33
4.5	Proprietà del sistema.....	37

4.5.1	Equilibrio	37
4.5.2	Sistema linearizzato	37
4.6	Modello del motore in corrente continua	42
4.6.1	Funzione di trasferimento del motore	43
4.7	Modello del sistema	46
4.8	Simulazione del modello in ambiente MATLAB/Simulink	50
4.8.1	Modello del pendolo	50
4.8.2	Modello del motore	52
4.8.3	Modello del sistema	53
4.8.4	Modello del sistema - alternativa	54
	Verifica del modello	55
4.9	Test 1 – Caduta libera de pendolo	55
4.9.1	Angolo e rate	55
4.10	Test 2 – Risposta dei motori	56
4.10.1	Velocità	57
4.10.2	Linearità dei motori	58
4.11	Test 3 – Anello chiuso	59
5	Controllori	60
5.1	I controllori industriali	60
5.1.1	Controllori di tipo PID	61
5.1.2	La Scelta dei Parametri di un Controllore PID	62
5.1.3	Taratura sperimentale di un Controllore PID	63
5.2	Teoria del controllo ottimo e controllore LQR	66
5.3	Controllo Fuzzy	67
5.3.1	Struttura di un controllore fuzzy	69
5.3.2	Vantaggi, svantaggi	69
5.3.3	Applicazioni	71
	Studio del controllore	72
5.4	Controllo d'angolo	72
5.4.1	Controllore 1 – Stabilizzazione del pendolo	75
5.4.2	Controllore 2 – Ottenimento delle prestazioni	76
5.5	Test 1 – Simulazione dei controllori d'angolo	78
5.6	Controllore 3 - Controllo di velocità	79
5.6.1	Progetto statico	80
5.6.2	Progetto dinamico	81
5.7	Test 2 – Simulazione del controllo di velocità	83
6	Valutazione del controllore realizzato	85
6.1	Equilibrio in assenza di perturbazioni esterne	85
6.2	Equilibrio in presenza di perturbazioni esterne	86
6.2.1	Spinta moderata	87
6.2.2	Spinta considerevole	88
6.2.3	Carico aggiuntivo	90
6.2.4	Carico aggiuntivo e spinta	92
6.3	Equilibrio in movimento (in assenza di perturbazioni esterne)	94
6.3.1	Velocità desiderata = 0,214 m/s	94
6.3.2	Velocità desiderata = 0,357 m/s	96
	Conclusioni	99

Sviluppi futuri	100
6.4 Evoluzioni e ristrutturazione del modello matematico del sistema...	101
6.5 Ottimizzazione del riferimento per la verticale.....	101
6.6 Studio e implementazione di nuovi controllori.....	102
6.7 Dispositivi accessori.....	102

Capitolo 1

Introduzione

La ricerca di soluzioni per la costruzione di robot adatti a muoversi in ambienti domestici e a cooperare con l'uomo è un argomento di studio molto diffuso negli ultimi anni e molte aziende stanno investendo in questo settore con la convinzione che nel prossimo futuro la robotica rappresenterà uno dei mercati più interessanti.

Tra i vari approcci proposti sono stati apprezzati, per semplicità costruttiva, efficienza energetica e ridotti costi di realizzazione, quelli basati sulla costruzione di robot bilanciati su ruote, in grado di mantenersi in equilibrio e, grazie alla ridotta impronta a terra, di muoversi con agilità in spazi ristretti.

L'obiettivo della tesi è lo studio e l'implementazione su una base robotica bilanciante di un controllore che riesca a rendere il robot in grado di muoversi in ambiente domestico inseguendo un determinato profilo di velocità senza perdere l'equilibrio.

Il lavoro presentato riguarda l'intero sviluppo del sistema di controllo e ha seguito i seguenti passi:

- studio analitico del problema e realizzazione di un modello matematico del sistema fisico al fine di analizzare le relazioni tra forze applicate e moto del robot;
- ricerca dei controllori più comunemente usati per il tipo di applicazione in oggetto con particolare attenzione alla loro semplicità di implementazione;
- simulazione del controllore scelto in ambiente MATLAB/Simulink per lo studio di fattibilità e del comportamento teorico del sistema;
- implementazione del controllore progettato e accorgimenti sulla taratura;
- confronto tra sistema reale e simulato.

1.1 Struttura della tesi

Sezione **2**: stato dell'arte con riferimento alle soluzioni realizzate in passato e ad articoli inerenti agli argomenti trattati.

Sezione **3**: descrizione del sistema fisico in esame.

Sezione **4**: impostazione del problema di ricerca, descrizione del modello del moto del sistema e confronto con il sistema reale.

Sezione **5**: descrizione dei controllori più frequentemente utilizzati per il problema in questione, studio del controllore implementato sul robot e analisi delle sue prestazioni mediante simulazione.

Sezione **6**: risultati sperimentali del controllore implementato sul robot, conclusioni tratte dall'osservazione delle prove sperimentali e sviluppi futuri necessari per il miglioramento delle prestazioni ottenute.

Capitolo 2

Stato dell'arte

La robotica è una scienza che, studiando i comportamenti degli esseri intelligenti, cerca di sviluppare delle metodologie che permettano ad una macchina (robot), dotata di opportuni dispositivi atti a percepire l'ambiente circostante e ad interagire con esso, di eseguire dei compiti specifici. È una disciplina relativamente nuova, che trova il suo posto nel mercato svolgendo compiti troppo faticosi, ripetitivi, noiosi, precisi, veloci o pericolosi per essere effettuati da un uomo. Anche se la robotica è una branca dell'ingegneria, in essa confluiscono approcci di molte discipline sia di natura umanistica, come linguistica e psicologia, sia di natura scientifica, quali automazione, elettronica, fisica, informatica, matematica, meccanica, biologia e fisiologia.

Tra i vari settori di studio della disciplina in questione, quello dei robot mobili adatti ad operare in ambienti domestici è sicuramente un argomento di ricerca molto attivo, grazie soprattutto alla convinzione che la robotica rappresenterà il prossimo boom del mercato dell'elettronica.

Dalle ditte del settore sono state studiate e realizzate soluzioni differenti per lo sviluppo di robot adatti a cooperare con gli esseri umani.

Inizialmente i primi gruppi di ricerca hanno realizzato robot esapodi o altre piattaforme a più zampe, simili per forma e movimento agli insetti ed agli artropodi. Questa scelta ha portato a risultati di grande flessibilità ed adattabilità a diversi ambienti grazie soprattutto alla maggiore stabilità statica data dalle quattro o più zampe che rende più facile il lavorare con loro.

Solo in tempi molto recenti si sono fatti progressi apprezzabili nel campo dei robot umanoidi bipedi, caratterizzati da una camminata statica, nella quale il

centro di massa è sempre mantenuto all'interno della superficie di appoggio del robot.



Figura 2.1: Honda Asimo (2000) - Robot antropomorfo a camminata statica.

Sono stati realizzati sofisticati robot commerciali che ricalcano il funzionamento del corpo umano e che quindi sono naturalmente adatti ad operare negli ambienti costruiti per l'uomo e ad interagire con esso, come Asimo di Honda (2000), Qrio di Sony (2003) e HRP-4C del giapponese National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (2009).



Figura 2.2: HRP-4C (2009) - Robot antropomorfo a camminata statica.

Sempre nel campo dei robot antropomorfi sono stati fatti grandi sforzi per studiare e riprodurre la camminata dinamica dell'uomo, permettendo movimenti più fluidi e naturali. Alcuni ricercatori hanno sfruttato particolari costruzioni meccaniche per realizzare una camminata dinamica passiva¹ che minimizza il consumo di energia necessario per gli spostamenti.² Altri ricercatori hanno seguito l'approccio attivo, costruendo robot antropomorfi che si mantengono costantemente in equilibrio e sono in grado di camminare, saltare e correre (Dexter, Anybots³). La naturale attitudine di questo tipo di robot a lavorare in ambienti costruiti per gli essere umani è però contrastata dalla difficoltà di realizzazione, dovuta soprattutto alla complessità meccanica, alla difficoltà del controllo e agli elevati consumi energetici.

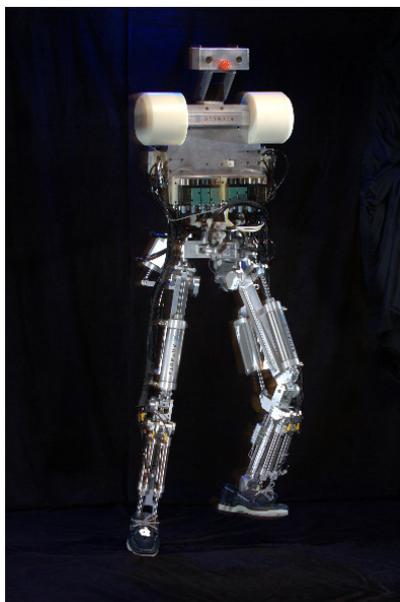


Figura 2.3: Anybots Dexter - Robot antropomorfo a camminata dinamica.

Una soluzione alternativa ai robot antropomorfi per costruire piattaforme in grado di operare in una buona parte degli ambienti destinati all'uomo consiste nel realizzare robot bilancianti, dotati di due ruote motrici coassiali che mantengono la struttura in costante equilibrio, unendo i vantaggi del movimento su ruote (semplicità costruttiva, efficienza energetica e ridotti costi di realizzazione) alla ridotta impronta a terra, che permette movimenti agili in ambienti domestici. In questo modo si possono realizzare robot capaci di spostare carichi relativamente pesanti con richieste energetiche contenute, adatti a muoversi in ambienti domestici e in grado di mantenere il corpo ad un'altezza elevata per una migliore interazione con l'uomo.

Soluzioni di questo tipo sono state adottate anche per prodotti commerciali, come la piattaforma mobile Segway ⁴, che ha riscosso grande successo sul mercato, o il robot per la telepresenza QA, sviluppato presso Anybots.



Figura 2.4: Robot bilancianti commerciali: (a) Segway, 2002 (b) Anybots QA, 2009.

Il controllo di un robot bilanciante si riconduce al mantenimento dell'equilibrio di un pendolo inverso, uno tra i sistemi più studiati in letteratura per via della sua naturale instabilità. Questa caratteristica, oltre alla possibilità di una formulazione relativamente semplice (o comunque semplificabile) delle relazioni analitiche tra le variabili che descrivono il sistema, ha portato gli studiosi dei sistemi di controllo ad utilizzare la stabilizzazione del pendolo inverso come applicazione per lo studio e l'analisi dei sistemi di controllo e come metro di paragone delle prestazioni tra differenti controllori.

I primi ad utilizzare il pendolo inverso come strumento di benchmark per sistemi di controllo sono stati, nel 1968, Michie e Chambers ⁵, ma la più grande popolarità è stata raggiunta dopo la pubblicazione, nel 1983, di ⁶ da parte di A.G. Barto e R.S. Sutton, i padri dell'apprendimento per rinforzo.

Gli algoritmi proposti per risolvere il problema del pendolo inverso spaziano dall'implementazione di tecniche appartenenti alla teoria del controllo classico, quali controllori PID e LQR, ad approcci più recenti come i controllori fuzzy, le reti neurali e neuro-fuzzy, i controllori ibridi fuzzy-pid, e i controllori basati sulla teoria dell'apprendimento per rinforzo.

Nell'ambito del controllo classico, sono stati proposti ed analizzati svariati controllori in grado di mantenere l'equilibrio instabile del pendolo inverso.

Numerosi robot costruiti a scopo didattico, tra i quali il più noto è nBot di David P. Anderson ⁷ e quelli costruiti dalla ditta californiana BalBots ⁸ per far inseguire un profilo di velocità ad un sistema mantenuto in equilibrio tramite un controllore PID aggiungono in cascata un ulteriore controllore per sovrapporre un piccolo offset all'angolo inseguito, così che il robot debba accelerare in una direzione per raggiungere il setpoint di velocità desiderato.



Figura 2.5: Robot bilancianti realizzati per lo studio di controllori classici: (a) nBot, 2001 (b) Balbot, 2005.

Tale controllo può risultare assai efficace, soprattutto su robot di piccole dimensioni aventi masse in gioco non significative, a patto che venga eseguita una buona taratura dei controllori. Se così non fosse il movimento del robot sarebbe accompagnato da una continua oscillazione attorno al punto di equilibrio, a causa dei disturbi che vengono introdotti dall'interazione dei due controllori implementati. Un comportamento di questo tipo può produrre effetti tollerabili su un robot di piccole dimensioni, ma generalmente non è adatto quando le dimensioni e le masse in gioco diventano significative: se il baricentro del robot è posto ad un'altezza significativa, come nel caso in esame, un setpoint molto piccolo, paragonabile con la risoluzione del sensore, porta ad accelerazioni elevate che possono risultare difficili da controllate.

Altri gruppi di ricerca hanno affrontato il problema applicando la teoria del controllo ottimo⁹⁻¹⁰, sintetizzando un controllore LQR che riceve in ingresso tutti gli stati del sistema (angolo, velocità angolare, posizione e velocità lineare) e produce un'azione che minimizza una determinata funzione di costo. Anche la piattaforma commerciale Segway inventata da Dean Kamen e commercializzata nel 2001, che non è un vero e proprio robot, bensì un mezzo di trasporto a bilanciamento, è governata da un controllore di questo tipo. La taratura del controllore LQR non può essere però effettuata con regole pratiche come nel caso dei PID, ed è quindi necessario definirne i parametri mediante simulazioni. Sarò quindi necessario, nella realizzazione di un robot che ne fa uso, progettare un sistema di controllo dei motori che sia in grado di inseguire con alta precisione un setpoint in coppia, per rispettare le condizioni simulate.

Sulla base delle tipologie di controllo classiche sono state sviluppati anche forme di controllo ibride non lineari, ad esempio sfruttando la classica logica fuzzy di tipo IF-THEN per la taratura dei parametri di un controllore PID in base allo stato in cui si trova il sistema in un determinato istante¹¹, oppure introducendo delle reti neurali per stimare i comportamenti non lineari del sistema¹².

Il problema del bilanciamento di un pendolo inverso è stato approfonditamente studiato anche nel campo dell'apprendimento automatico. Oltre ai già citati A.G. Barto e R.S. Sutton, che hanno utilizzato proprio questo problema per valutare l'efficacia delle tecniche da loro presentate, molti altri ricercatori hanno avuto successo nel mantenere in equilibrio una struttura a pendolo inverso utilizzando soluzioni completamente differenti rispetto a quelle mostrate fino ad ora.

Sono stati presentati studi in cui una rete neurale viene dapprima utilizzata per prevedere il comportamento dinamico del sistema, senza basarsi su un modello, e quindi espansa al fine di imparare una strategia di controllo in grado di far seguire alle variabili di stato delle traiettorie predefinite¹³.

Altri approcci *model-free* sono stati proposti sfruttando il paradigma dell'apprendimento per rinforzo¹⁴, in cui l'algoritmo di controllo viene addestrato osservando una serie di dati raccolti mentre il robot esegue azioni completamente casuali. Sulla base dello spazio visitato, l'algoritmo riesce ad apprendere la dinamica del moto in relazione all'azione compiuta e a generalizzare la conoscenza acquisita per estenderla anche a stati mai visitati, ricavando un modello del sistema. Viene quindi stimata una politica di controllo in grado di mantenere l'equilibrio del robot ed inseguire un determinato setpoint.

Questa tecnica ha mostrato ottimi risultati al simulatore, rendendo interessante una sua applicazione ad un robot reale.

Questo lavoro di tesi si basa su una piattaforma mobile bilanciante di dimensioni tali da rendere possibile il movimento in ambienti domestici e l'interazione con l'uomo, in grado di trasportare eventuali dispositivi accessori. L'obbiettivo è lo studio e la realizzazione di una strategia di controllo che sia in grado di mantenere in equilibrio il robot e fargli seguire un profilo di velocità imposto dall'esterno.

Capitolo 3

Descrizione del sistema da controllare:

I componenti principali che costituiscono il robot sono: il telaio; le ruote e la trasmissione; gli attuatori e i riduttori; i sensori e il microcontrollore; le batterie e l'elettronica di controllo/potenza.

3.1 Telaio e carico

Il robot è largo 50cm e profondo 40cm, soddisfacendo la richiesta di un'impronta a terra contenuta per potersi muovere con agilità in ambienti domestici. L'altezza della base è di 90cm circa, consentendo di montare eventuali dispositivi di interfaccia a livello del busto di un uomo facilitando l'interazione con esso. Il telaio è realizzato totalmente con profilati e supporti angolari in alluminio prodotti dalla ditta tedesca Item. Il peso complessivo della struttura è di circa 25kg (tra telaio, ruote, batterie ed elettronica di bordo) ed è previsto che si possa trasportare fino a 65kg di carico utile aggiuntivo.

Come si nota in Figura 3.1, sono stati previsti due bracci dotati di ruote alle estremità, la cui altezza è regolabile, per impedire che il robot cada durante le fasi di test.



Figura 3.1: Rappresentazione della struttura meccanica del robot.

Questo modello è stato utilizzato per ricavare la descrizione della dinamica del sistema (si veda la Sezione 4.4) sulla cui base sono state svolte le simulazioni in ambiente Matlab/Simulink.

3.2 Ruote e trasmissione

Alla movimentazione del robot provvedono delle ruote a raggi per bicicletta, con cerchi del diametro di 14" e diametro complessivo con pneumatici montati di circa 40cm, che, a differenza di normali ruote per biciclo, non hanno una trasmissione a catena dotata di mozzo a scatto libero, ma hanno una trasmissione sincrona a ruote dentate e cinghia con rapporto di riduzione 4. E inoltre presente una riduzione meccanica tra motore e trasmissione a cinghia con rapporto di riduzione 26¹⁵, quindi il rapporto di riduzione totale è pari alla produttoria di tutte le trasmissioni presenti, ovvero $4 \cdot 26 = 104$.

L'insieme della trasmissione è visibile nel disegno riportato in Figura 3.2.

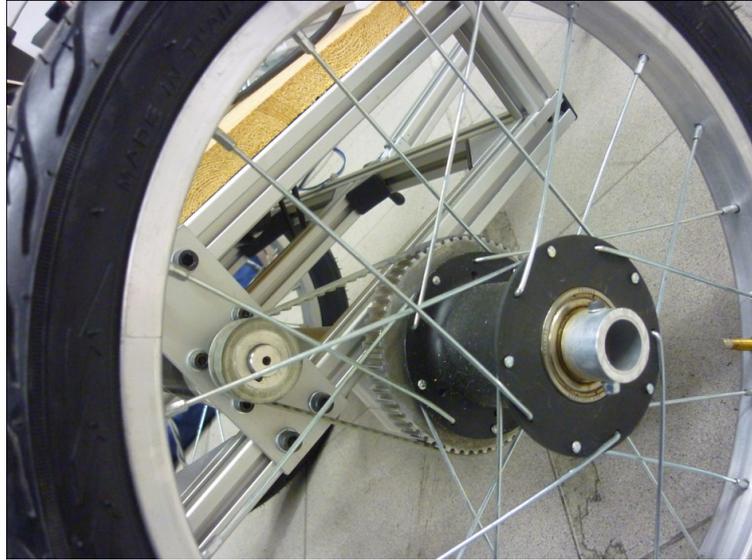


Figura 3.2: Dettaglio della trasmissione.

La trasmissione è costituita da cinghie dentate e pulegge Synchronflex¹⁶ della larghezza di 15 mm, capaci di trasferire potenze fino a 5 kW. Le dimensioni del pignone montato sul motore, della puleggia montata sul mozzo e la lunghezza della cinghia sono state definite in base alle relazioni fornite dal costruttore, che impongono il numero minimo di denti a contatto con la cinghia per garantire il movimento corretto.

In particolare, il numero di denti della cinghia a contatto con il pignone z_e è dato dalla seguente relazione:

$$z_e = \frac{z_1}{180} \arccos \frac{(z_2 - z_1) \cdot t}{2\pi d} \quad (3.1)$$

in cui z_1 e z_2 indicano rispettivamente il numero di denti della puleggia più piccola (il pignone) e della più grande, t è il passo della cinghia (la distanza tra due denti successivi) e d è la distanza tra i centri delle due ruote dentate.

I motori sono montati su dei supporti in alluminio realizzati appositamente, in grado di scorrere orizzontalmente permettendo di portare in tensione la cinghia senza dover ricorrere ad un dispositivo tendicinghia.

3.3 Attuatori

Il robot è mosso da due motori elettrici in corrente continua da 150W, prodotti da Maxon Motor ¹⁷, capaci di esercitare una coppia di 170 mN ciascuno e raggiungere velocità di rotazione attorno ai 7500rpm.

In figura 3.3 è riportato il datasheet del costruttore.

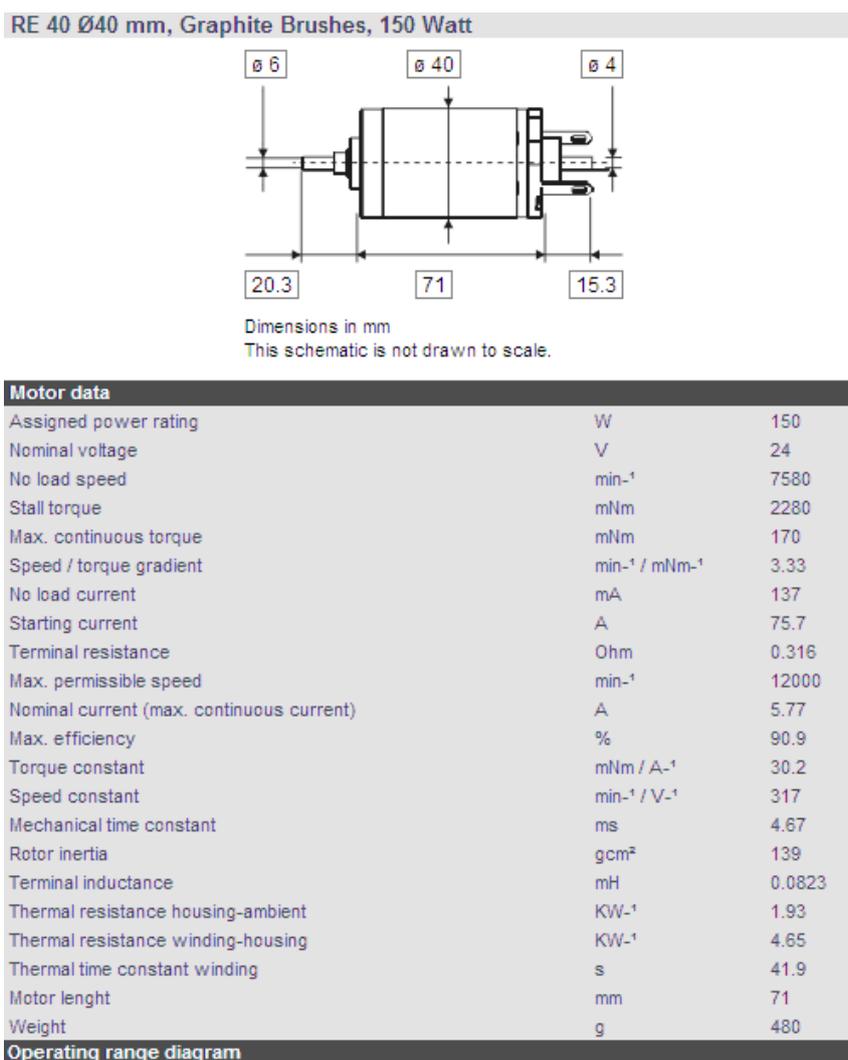


Figura 3.4: datasheet dei motori Maxon Motor utilizzati.

I motori implementati permettono di soddisfare i seguenti vincoli:

- spostare circa 65Kg di dispositivi accessori, per un peso complessivo di circa 90Kg;
- garantire una velocità di spostamento paragonabile ad una camminata veloce (1,5 m/s);
- permettere al robot di recuperare l'equilibrio fino ad un'inclinazione massima di 10 gradi.

3.4 Sensori

A bordo del robot sono presenti sensori usati per stimare l'angolo rispetto alla verticale e sensori utilizzati per l'odometria.

3.4.1 Sensori per la stima dell'inclinazione

A bordo del robot sono presenti un accelerometro LIS344ALH prodotto da ST¹⁸, che misura l'accelerazione di gravità a cui sono sovrapposte le accelerazioni dovute al moto del robot, ed un giroscopio ADXRS150 prodotto dall'Analog Devices ¹⁹, la cui misura rappresenta la velocità angolare di rotazione rispetto ad un asse. I dati prelevati dai due sensori vengono poi opportunamente trattati tramite un filtro di Kalman per la stima dell'angolo del robot rispetto alla verticale e inviati al microcontrollore.

I grafici mostrati in Figura 3.5 mettono a confronto l'angolo stimato dal filtro di Kalman con il dato reale (fornito da un encoder ottico montato su un'asta solidale al telaio del robot e permanentemente in contatto col terreno), registrati mantenendo spenti i motori del robot e muovendo il telaio manualmente, facendogli compiere oscillazioni di diverse ampiezze.

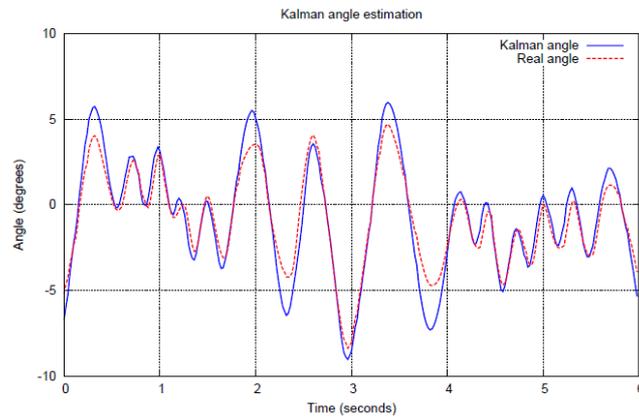


Figura 3.5: Confronto tra inclinazione reale e stima tramite filtro di Kalman: robot mosso manualmente.

Si può notare che l'angolo stimato da Kalman insegue molto bene l'inclinazione reale, senza presentare ritardo e mostrando una buona accuratezza.

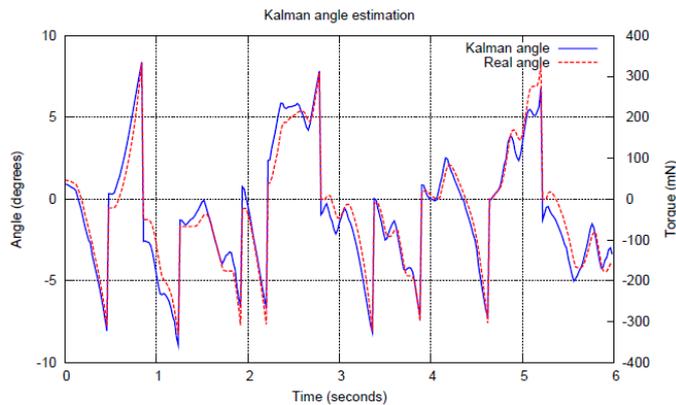


Figura 3.6: Confronto tra inclinazione reale e stima tramite filtro di Kalman: robot controllato imponendo un comando casuale ai motori.

In Figura 3.6 sono mostrati i risultati ottenuti controllando il robot con un comando PWM casuale, che produce rapidi cambi di direzione e oscillazioni molto variabili.

Anche in queste condizioni la stima dell'angolo si mantiene fedele al dato reale.

3.4.2 Sensori odometrici

A bordo del robot sono presenti anche sensori di rotazione utilizzati per il controllo dei motori e per l'odometria. Sull'albero di ciascun motore è montato

un encoder in quadratura HEDS 5540, prodotto da Agilent ²⁰. Si tratta di sensori ottici in cui un led illumina un disco, solidale all'albero del motore, che presenta due corone forate disposte come visibile in Figura 3.7. La luce che attraversa il disco viene rilevata da due fototransistor, i cui segnali d'uscita sono amplificati, squadrati e messi a confronto.

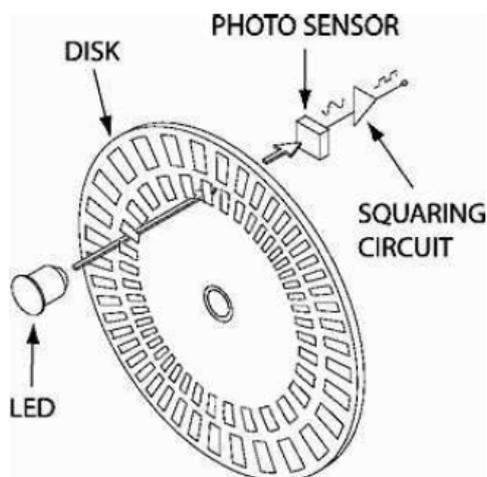


Figura 3.7: Struttura interna di un encoder in quadratura.

Gli encoder HEDS 5540 generano 500 impulsi al giro per ogni canale, permettendo di discriminare 2000 fronti per ogni rotazione dell'albero del motore; il conteggio di questi fronti è eseguito dall'hardware a bordo del microcontrollore a una frequenza di 50 Hz.

3.5 Elettronica di potenza

Sul robot è implementato un driver ad alta potenza per motori a spazzole costruito da Pololu Robotics and Electronics ²¹, che sfrutta la logica di controllo integrata nel driver A3941 prodotto da Allegro MicroSystems ²² per gestire il ponte H formato da quattro MOSFET di potenza a canale N IRF7842PBF prodotti dall'International Rectifier.

La scheda per il controllo motori permette gestire tensioni continue di 24V (di picco 40V), correnti continue di 20A senza l'ausilio di dissipatori esterni e frequenze per il controllo in PWM pari a 40 kHz.

Nella pagina seguente, in figura 3.8, è riportata l'architettura del Pololu High-Power Motor Driver, in cui è stato evidenziato con un riquadro tratteggiato rosso l'integrato A3941.

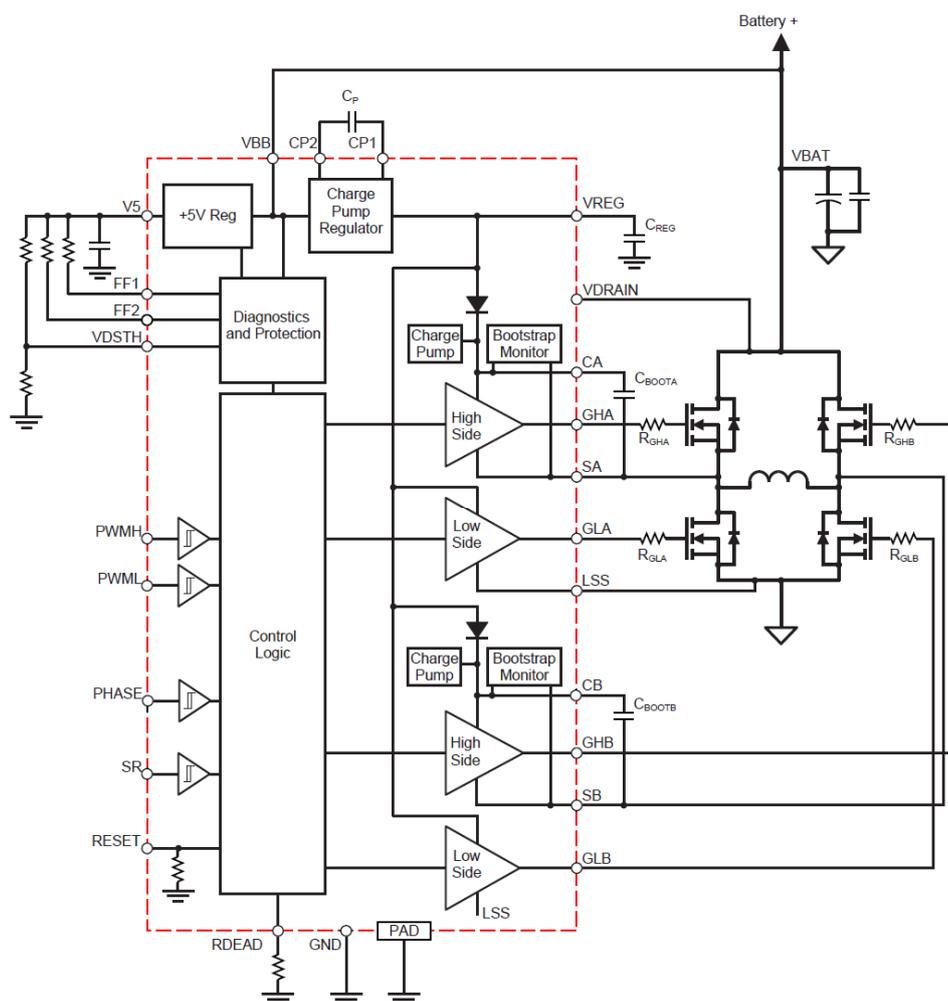


Figura 3.8: Struttura della scheda per il comando dei motori elettrici.

3.6 Logica e microcontrollore

Il microcontrollore, al quale sono affidate tutte le funzioni necessarie alla gestione del robot, è un STM32 prodotto da ST, basato su architettura ARM 32-bit CORTEX-M3. Le principali caratteristiche del dispositivo sono:

- architettura a 32 bit
- frequenza massima di funzionamento 72 MHz
- moltiplicazione e divisione a singolo ciclo
- 512Kb di memoria Flash e 64Kb di memoria SRAM
- NVIC (Nested Vector Interrupt Controller)
- alimentazione tra 2.0 e 3.6 V
- 2 ADC a 12bit, fino a 16 canali

- controllore DMA a 12 canali
- 50 porte GPIO (General Purpose Input/Output)
- 11 timer
- 2 interfacce i2c, 3 USART, 3 SPI, CAN bus, USB e SDIO

L'architettura del microcontrollore è mostrata in Figura 3.9.

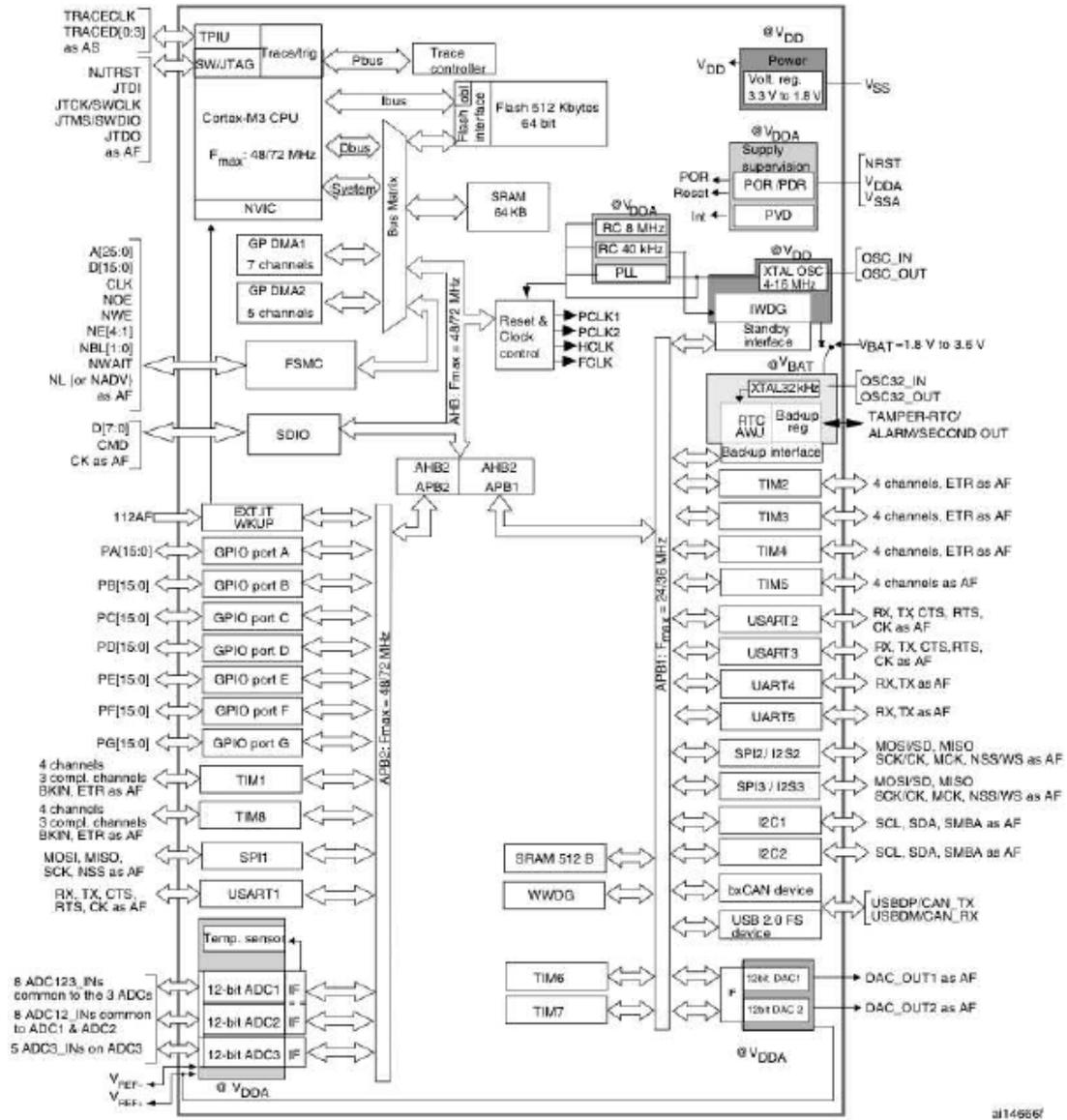


Figura 3.9: Architettura del microcontrollore STM32.

Il microcontrollore viene utilizzato alla massima frequenza di 72 MHz, tramite un quarzo a 8 MHz a cui viene agganciato il PLL interno che permette di moltiplicare tale frequenza di un fattore 9.

Vengono sfruttate le seguenti periferiche:

- canali ADC per l'acquisizione dei segnali generati da accelerometro e giroscopio
- 2 canali ADC per il current sense
- 2 timer per i due encoder ottici montati sui motori
- 1 timer per la generazione dei segnali PWM utilizzati per il controllo dei motori
- 2 interfacce USART per le comunicazioni con l'esterno (via cavo seriale e senza fili tramite modulo ZigBee)
- DMA per il trasferimento dei dati da ADC a memoria SRAM e per l'uso delle periferiche USART

La logica a bordo del robot è completata da un buffer tri-state interposto tra il microcontrollore e i ponti H.

Il segnale di buffer disable è collegato a due "baffi" di sicurezza che toccano terra nel caso il robot stia cadendo, inibendo il funzionamento dei motori come misura di sicurezza. Durante le normali operazioni invece il buffer è trasparente e funge da level shifter per i segnali PWM e DIR in uscita dal microcontrollore, funzionante a 3.3 V, che vengono utilizzati dai ponti H, funzionanti a 5 V.

3.7 Comunicazioni

Il robot è predisposto per comunicare con l'esterno attraverso una porta seriale RS232.

La comunicazione seriale è gestita tramite una delle periferiche USART presenti all'interno del microcontrollore. Il driver della porta seriale è il noto MAX232 prodotto da Maxim ²³, che integra le pompe di carica necessarie a pilotare la linea RS232, funzionante con livelli di tensione pari a $\pm 12V$, con i segnali logici generati dal microcontrollore, funzionante a 3.3V.

3.8 Elettronica di bordo

La scheda elettronica di controllo è costruita attorno al microcontrollore, che, come già scritto, è l'elemento cardine per la gestione del robot.

In figura 3.9 sono mostrati i vari dispositivi presenti sul robot e la loro connessione alle diverse periferiche del microcontrollore.

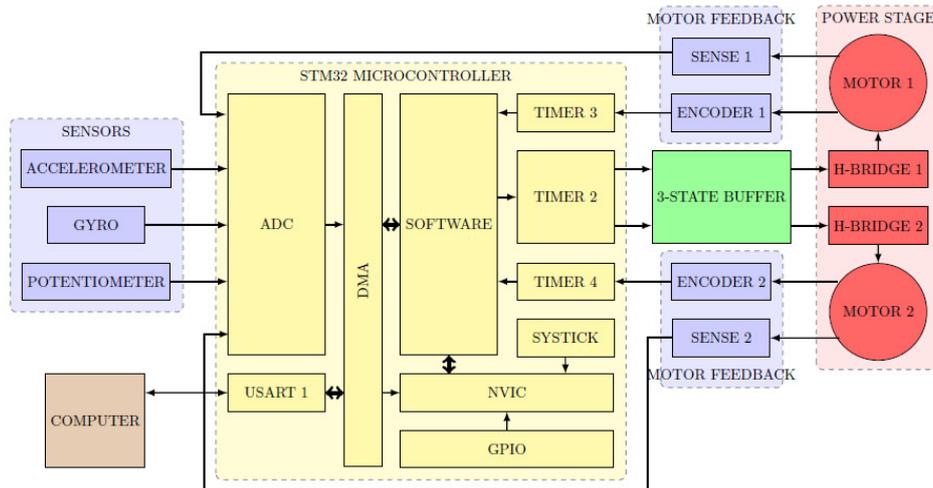


Figura 3.10: Architettura dell'elettronica a bordo del robot.

Dati

In questo sottocapitolo verranno riportati i valori di tutti i dati successivamente usati per lo studio del problema.

3.9 Masse

Non essendo possibile, smontare facilmente l'intero robot per la misurazione delle masse quest'ultime sono state quasi tutte ricavate mediante confronto con dei campioni di riferimento pesati su una bilancia digitale.

3.9.1 Profilati

Per quanto riguarda i profilati si è preso come campione di riferimento un profilato di 1.06m e 0.495kg.



Figura 3.11: Immagine di un profilato utilizzato per l'assemblaggio del telaio.

Dopo aver accuratamente misurato la lunghezza effettiva di tutti i profilati utilizzati è stato possibile mediante una semplice proporzione ricavare le loro masse.

I dati così ricavati sono mostrati in tabella 3.1.

Caratteristiche dei profilati	
Lunghezza [cm]	Massa [g]
106	495,0
72	336,2
38	177,5
36	168,1
30	140,1
27	126,1
26	121,4

Tabella 3.1: caratteristiche dei profilati.

3.9.2 Supporti angolari

I supporti angolari si dividono in due tipi: piccoli 20x20 e grandi 40x40.

Per entrambi, al fine di ridurre l'errore di misura, non sono stati presi come riferimento di massa dei singoli campioni, ma bensì quattro. La proporzione ha poi rivelato che la massa delle "squadrette" piccole è di 23,3g, mentre quella delle "squadrette" grandi è di 58,0g.

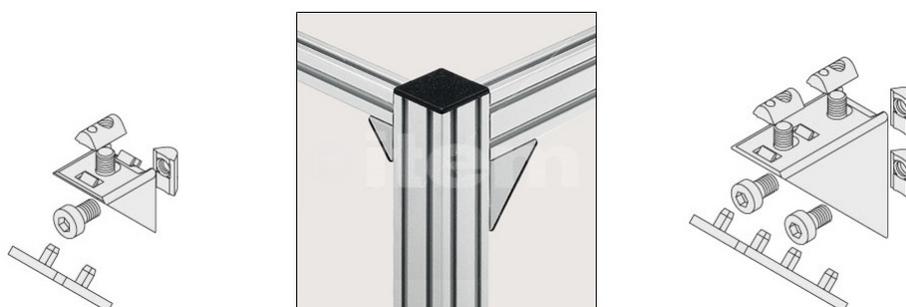
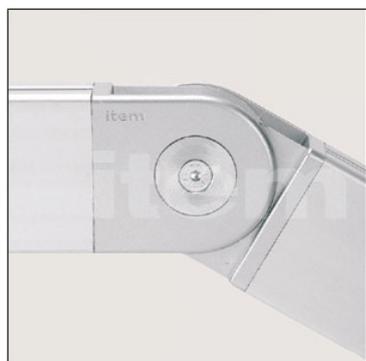


Figura 3.12: Immagine di supporti angolari piccoli e grandi con un esempio di montaggio.

3.9.3 Giunti

I giunti utilizzati nel telaio si dividono in due categorie: giunti semplici che hanno il solo compito di fissare i due bracci montati sul robot per non farlo cadere nella fase di test (si veda la figura 3.1); giunti con leva che oltre ad avere una funzione di supporto permettono la regolazione in altezza dei bracci anti caduta.

I primi, più leggeri, hanno una massa di 40g, mentre i secondi 61g.



(a)



(b)

Figura 3.13: (a) Immagine di un giunto semplice; (b) Immagine di un giunto con leva.

3.9.4 Ruote

Le ruote presenti, come è possibile notare dalla Figura 3.1, sono 4. Due ruote principali per la locomozione la cui massa complessiva è di 4000g e due ruotine ausiliare montate sui bracci di sicurezza che pesano in totale 300g.

3.9.5 Attuatori e riduttori

L'attuatore e il riduttore campione pesati assieme hanno una massa 850g. Considerando che sono presenti due coppie motore-riduttore, una per la movimentazione della ruota destra e una per la ruota sinistra, il peso complessivo dei componenti in questione ammonta a 1700g.

3.9.6 Piano d'appoggio ed elettronica

La base d'appoggio costituita da un asse di legno e l'elettronica di bordo, a causa della mancanza di validi campioni per il confronto, sono state le uniche parti del robot ad essere stata smontate per effettuare una misura diretta.

I valori ottenuti sono riportati in tabella 3.2.

Componente		Massa [g]
Base - Asse d'appoggio		520
Elettronica di bordo	Scheda controllore	175
	Scheda comando motori	281
	Scheda sensore	30
Interruttori per l'accensione		100

Tabella 3.2: masse del piano d'appoggio e dell'elettronica.

Capitolo 4

Studio teorico del problema

Il primo passo da compiere per riuscire a mantenere in equilibrio il robot è lo studio del modello matematico che descrive il sistema fisico: questo ci fornirà le equazioni di stato che saranno il fondamento necessario per la sintesi del controllore e le simulazioni tramite MATLAB/Simulink.

4.1 Baricentro di Massa

In un corpo rigido continuo, sul quale è stato fissato un sistema di assi cartesiani (x,y,z) di riferimento, si definisce baricentro (o centro di massa) del corpo il punto le cui coordinate sono fornite dalle espressioni:

$$x_G = \frac{1}{M} \int_V \rho(x, y, z) \cdot x \, dV \tag{4.1}$$

$$y_G = \frac{1}{M} \int_V \rho(x, y, z) \cdot y \, dV$$

dove: $\int_V [] \, dV$ è l'integrale del volume del corpo;

ρ è la densità del materiale;

$\rho \cdot dV$ è la massa di un elemento infinitesimo di volume dV ;

Nel caso in cui si abbia un corpo omogeneo (quindi con ρ costante) e di spessore costante h , la massa infinitesima diviene $dm = \rho \cdot h \cdot \rho A$ e la (4.1) risulta:

$$x_G = \frac{\rho h}{M} \int_A x \, dA = \frac{1}{A} \int_A x \, dA$$

$$y_G = \frac{\rho h}{M} \int_A y \, dA = \frac{1}{A} \int_A y \, dA$$
(4.2)

essendo, nell'ipotesi fatta, la massa totale $\rho \cdot h \cdot A = M$.

Quindi, se il corpo è omogeneo e a spessore costante, la posizione del centro di massa coincide con la posizione del baricentro geometrico della figura che rappresenta il contorno del corpo.

Se il corpo presenta un asse di simmetria, ossia ha una distribuzione di massa simmetrica rispetto a un asse, il baricentro appartiene a tale asse. Se poi il corpo presenta due assi di simmetria, il baricentro si troverà sull'intersezione dei due assi (Figura 4.1).

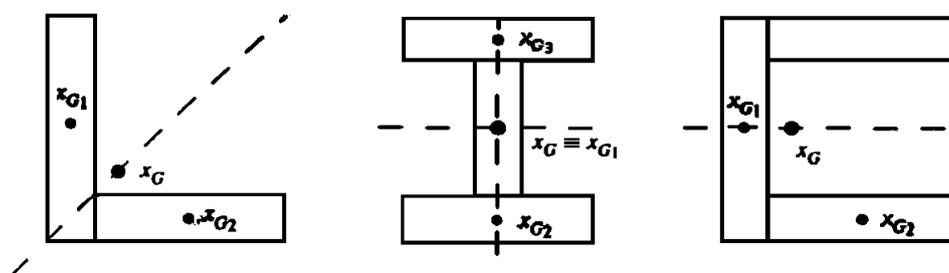


Figura 4.1: Individuazione della posizione del baricentro di figure geometriche che presentano assi di simmetria

Inoltre non è sempre necessario utilizzare la definizione (4.1) o (4.2) per il calcolo del baricentro del corpo. Se questo è scomponibile in forme geometriche semplici delle quali sia già noto il baricentro, è possibile calcolare il baricentro dell'intero corpo considerando la media pesata dei singoli baricentri delle sottoparti nelle quali è stato suddiviso il corpo (Figura 4.1).²⁴

$$x_G = \sum_{k=1}^N \frac{m_k x_{Gk}}{M} \quad (4.3)$$

$$y_G = \sum_{k=1}^N \frac{m_k y_{Gk}}{M}$$

4.1.1 Baricentro di Massa del pendolo

Per determinare il baricentro del pendolo si è ipotizzato di poter suddividere il peso del telaio e della componentistica in otto corpi, considerati omogenei, di forma rettangolare (posti ad altezze differenti), dai quali mediante la media pesata descritta dalla (4.3) è stato calcolato il baricentro dell'intero corpo. Tale approssimazione, non del tutto corretta, ha comunque dimostrato di essere idonea allo studio nelle successive simulazioni (si vedano a tal proposito i grafici del paragrafo 5).

Di seguito sono riportate le otto parti del pendolo e per ognuna di esse l'elenco delle masse che li compongono.

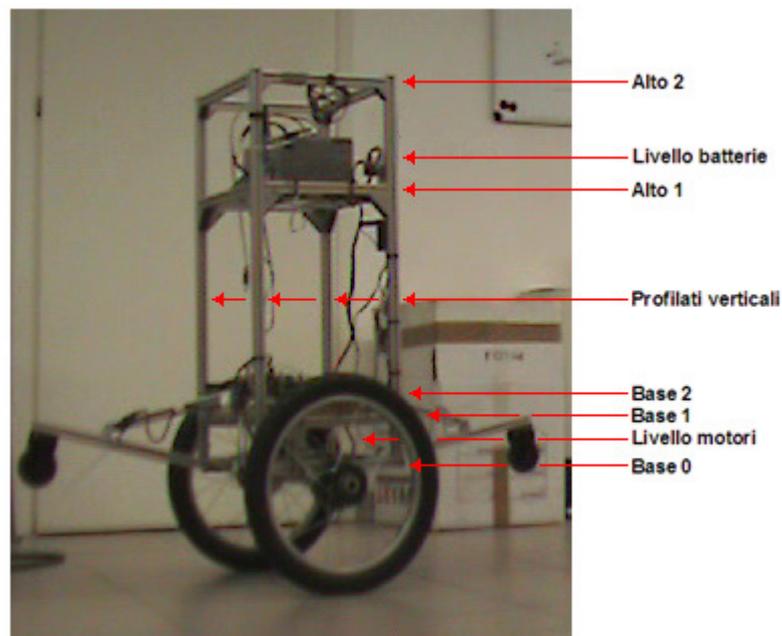


Figura 4.2: Immagine delle 8 suddivisioni del pendolo.

Base 0 - altezza 0cm		
Componenti		Massa [g]
Telaio	Profilati 36cm	168,1 x2
	Profilati 30cm	140,1 x2
	Profilato 26cm	121,4
	Supporti angolari grandi	58 x4
	Supporti angolari piccoli	23,3 x4
Bracci di sicurezza	Giunti con leva	62 x2
	Ruotine	150 x2
		1487

Livello motori - altezza 5cm		
Componenti		Massa [g]
Attuatori e riduttori		850 x2
Bracci di sicurezza	Profilati 38cm	177,5 x2
	Profilati 27cm	126,1 x2
	Giunti semplici	40 x2
		2387,2

Base 1 - altezza 10cm		
Componenti		Massa [g]
Telaio	Profilati 38cm	177,5 x2
	Profilati 26cm	121,4 x3
	Supporti angolari piccoli	23,3 x4
		812,4

Base 2 - altezza 11cm		
Componenti		Massa [g]
Asse di supporto		520
Bracci di sicurezza	Giunti semplici	40 x2
Elettronica di bordo	Scheda controllore	175
	Scheda comando motori	281
	Scheda sensore	40
Cablaggio		40
		1136

Profilati verticali - altezza 36cm		
Componenti		Massa [g]
Telaio	Profilati 72cm	336,2 x4
		1344,8

Alto 1 - altezza 51cm		
Componenti		Massa [g]
Telaio	Profilati 36cm	168,1 x2
	Profilati 26cm	121,4 x5
	Supporti angolari grandi	58 x8
	Supporti angolari piccoli	23,3 x16
Imobilizzatore batteria	Supporti angolari grandi	58 x4
	Supporti angolari piccoli	23,3 x2
Interruttori per l'accensione		75
Cablaggio		25
		2158,6

Livello batterie - altezza 55cm		
Componenti		Massa [g]
Batterie		2350 x4
		9400

Alto 2 - altezza 72cm		
Componenti		Massa [g]
Telaio	Profilati 36cm	168,1 x2
	Profilati 26cm	121,4 x2
	Supporti angolari piccoli	23,3 x8
		765,4

Il peso complessivo del telaio e della componentistica montatagli sopra è quindi pari a:

Massa totale del pendolo	19491,4 g	19,5 kg
--------------------------	-----------	---------

Mentre il baricentro di massa calcolato con la (4.3) risulta essere:

Baricentro di massa del pendolo	39,15 cm	0,392 m
---------------------------------	----------	---------

4.1.2 Baricentro di Massa del carrello

Per il baricentro del carrello è stato scelto di usare l'altezza dell'asse delle ruote, ovvero il loro raggio (0.19m).

4.2 Inerzia

Il momento d'inerzia indica come la massa è distribuita nel corpo.

4.2.1 Inerzia del pendolo

Per il calcolo dell'inerzia del pendolo sono stati considerati gli otto solidi, descritti in precedenza, dei quali è stata calcolata l'inerzia riferita al baricentro per poi, mediante la legge del trasporto riferirla all'asse delle ruote.

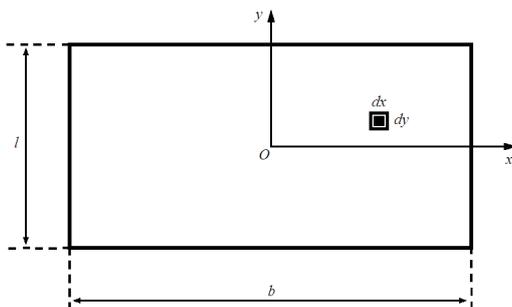


Figura 4.3: Calcolo del momento d'inerzia di massa per un corpo a sezione rettangolare e spessore costante.

Ogni solido è stato approssimato ad un rettangolo di base b , altezza l e profondità a in direzione perpendicolare al piano (Figura 4.3), quindi per simmetria il baricentro del corpo coincide con il suo centro geometrico. Posta in tale punto l'origine del sistema di riferimento il calcolo del momento d'inerzia baricentrale è effettuato con un integrale doppio secondo le due coordinate x e y :

$$J_G = \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-l/2}^{l/2} (x^2 + y^2) dm \quad (4.4)$$

Supposto il corpo omogeneo, ne segue $dm = \rho \cdot a \cdot dx \cdot dy$, e quindi:

$$J_G = \rho a \int_{-b/2}^{b/2} x^2 dx \int_{-l/2}^{l/2} dy + \rho a \int_{-b/2}^{b/2} dx \int_{-l/2}^{l/2} y^2 dy$$

Lo sviluppo dell'integrale porta a:

$$J_G = \rho a \frac{l}{3} [x^3]_{-b/2}^{b/2} + \rho a \frac{b}{3} [y^3]_{-l/2}^{l/2} = \frac{\rho a}{3} \left(l \frac{b^3}{4} + b \frac{l^3}{4} \right)$$

ossia:

$$J_G = \frac{\rho a b l}{12} (b^2 + l^2) = \frac{M}{12} (b^2 + l^2) \quad (4.5)$$

Quindi l'inerzia degli otto solidi, riferita ai relativi baricentri geometrici, risulta essere:

Blocchi	Inerzia [kg·m ²] (rispetto ai singoli baricentri)
Base 0	0,0199
Livello motori	0,0184
Base 1	0,0109
Base 2	0,0152
Profilati verticali	0,0583
Alto 1	0,0004
Livello batterie	0,0057
Alto 2	0,0001

Mediante la legge del trasporto, secondo la quale il momento d'inerzia rispetto a un asse diverso dall'asse baricentrico (J_O) può esprimersi come la somma del momento d'inerzia baricentrico (J_G) più il prodotto della massa del corpo (M) per il quadrato della distanza tra il baricentro e il punto considerato \overline{OG} , ovvero:

$$J_O = J_G + M \cdot \overline{OG}^2 \quad (4.6)$$

abbiamo ricavato l'inerzia dei singoli blocchi rispetto l'asse delle ruote.

Blocchi	Inerzia [kg·m ²] (rispetto all'asse delle ruote)
Base 0	0,022
Livello motori	0,033
Base 1	0,023
Base 2	0,036
Profilati verticali	0,268
Alto 1	0,665
Livello batterie	3,737
Alto 2	0,436

L'inerzia totale del telaio è data dalla sommatoria delle singole inerzie dei blocchi che costituiscono il corpo, quindi

Inerzia totale del telaio (rispetto all'asse delle ruote)	5,22 kg·m²
---	------------------------------

4.2.2 Inerzia delle ruote

Data una corona circolare di spessore costante h , e raggi interno ed esterno rispettivamente r_1 e r_2 , collocando il riferimento nel centro del corpo (Figura 4.4), il momento di inerzia baricentrico è definito come:

$$J_G = \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} r^2 \rho h r d\vartheta dr$$

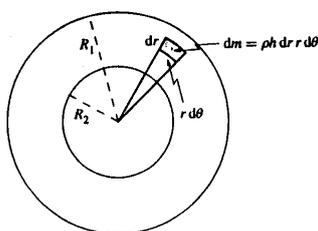


Figura 4.4: Calcolo del momento d'inerzia per un corpo a sezione di corona circolare e spessore costante.

Gli estremi dei due integrali sono indipendenti tra loro, per cui è possibile riorganizzare la scrittura nei seguenti termini:

$$J_G = \rho h \int_{r_1}^{r_2} r^3 dr \int_0^{2\pi} d\vartheta = 2\pi h \rho \left(\frac{r_2^4}{4} - \frac{r_1^4}{4} \right)$$

Il cui risultato è:

$$J_G = \frac{\pi h (r_2^2 - r_1^2)}{2} (r_2^2 + r_1^2) = M \frac{(r_2^2 + r_1^2)}{2}$$

Quindi nel nostro caso essendo $r_1 = 19 \text{ cm}$, $r_2 = 14.5 \text{ cm}$ e $M = 2 \text{ kg}$ l'inerzia di ogni singola ruota risulta essere:

Inerzia singola ruota	0,11 kg · m ²
-----------------------	--------------------------

Essendo il carrello composto esclusivamente dalle due ruote, l'inerzia totale risulta essere:

Inerzia totale del carrello	0,23 kg · m ²
-----------------------------	--------------------------

4.3 Pendolo inverso

Un pendolo semplice è costituito da un filo inestensibile alla cui estremità è appesa una massa puntiforme che può oscillare attorno a un punto fisso detto polo: la componente della forza peso lungo il filo controbilancia la tensione del filo stesso, mentre la componente della forza peso perpendicolare al filo funge da forza di richiamo e produce il moto oscillatorio del pendolo.

Il pendolo inverso rappresenta un pendolo semplice rovesciato, rigido e privo di punto fisso: la parte più bassa può dunque muoversi per bilanciare le oscillazioni della parte più alta e garantire così l'equilibrio. Il problema di controllo si riconduce dunque a voler stabilizzare la posizione di un'asta vincolata ad un carrello (nel nostro caso ad una coppia di ruote) libero di traslare lungo una guida.

Lo studio del modello del pendolo inverso è sicuramente un problema ben noto e sono molte le fonti che riportano studi da cui derivano modelli con diversi livelli di approssimazione; ciò che è stato fatto è svolgere lo studio indipendentemente, validare quanto fatto attingendo da diverse fonti e scegliere quali dettagli trascurare considerando quale sarebbe stata la realizzazione pratica.

4.4 Modellistica del pendolo inverso

Il modello del pendolo inverso è stato ricavato riducendo il sistema allo schema mostrato in Figura (4.5). In Tabella 4.1 sono riportati i simboli utilizzati.

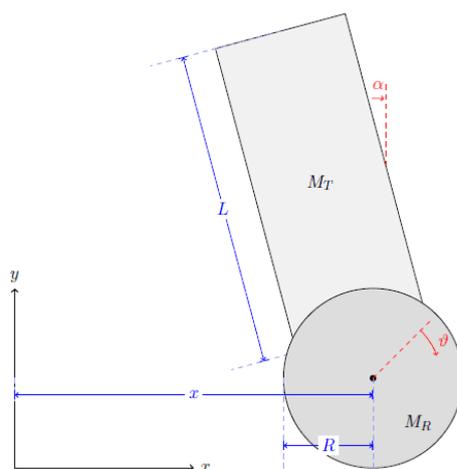


Figura 4.5: Modello semplificato del robot utilizzato

$l = 0.39 \text{ m}$	Altezza del baricentro del telaio
$R = 0.19 \text{ m}$	Raggio delle ruote
$M_r = 19.5 \text{ kg}$	Massa del telaio
$M_x = 4 \text{ kg}$	Massa di una ruota
$J_r = 5.22 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	Inerzia del pendolo
$J_a = 0.11 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	Inerzia delle ruote
$b = 0.1$	Coefficiente d'attrito
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	Forze di gravità
F	Forza applicata dal motore
$d = 104$	Rapporto di riduzione
x	Distanza dell'asse di rotazione dall'origine
α	Angolo tra telaio e la verticale
e	Angolo di rotazione delle ruote
N	Componente orizzontale delle forze agenti sull'asse di rotazione delle ruote
P	Componente verticale delle forze agenti sull'asse di rotazione delle ruote

Tabella 4.1: Descrizione dei simboli utilizzati, per ricavare la descrizione della dinamica del sistema.

Per descrivere il sistema dal punto di vista dinamico è necessario isolare le forze orizzontali e verticali che agiscono sul pendolo inverso: per chiarezza è utile scomporre il robot in due parti, bassa (carrello) e alta (telaio).

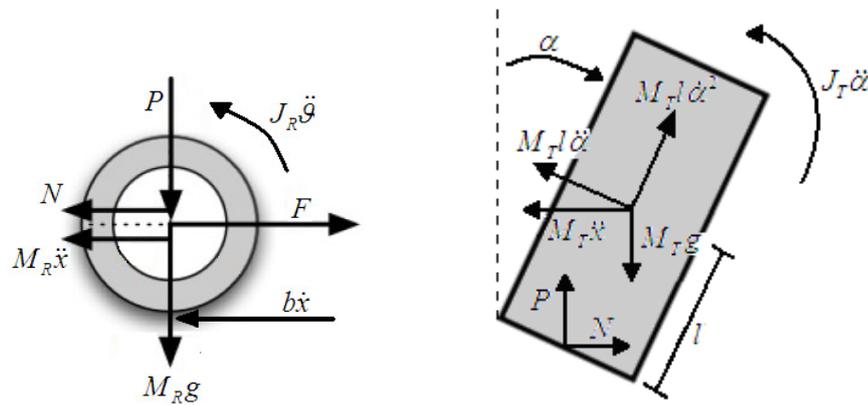


Figura 4.6: Scomposizione del robot nella parte bassa (sinistra) e alta (destra) e rappresentazione delle rispettive forze in gioco.

Chiamando N la componente orizzontale della forza che il pendolo, ovvero il telaio, esercita sul carrello, ovvero sull'asse a cui le ruote sono fissate, e P la componente verticale della stessa forza, si può procedere col bilancio energetico.

Le forze orizzontali agenti sulle ruote sono:

$$\sum_{\rightarrow+} H_{Ruote} = 0$$

$$F = M_R \ddot{x} + b\dot{x} + N \quad (4.7)$$

in cui $b\dot{x}$ rappresenta l'attrito dinamico del robot.

Le forze orizzontali agenti sul telaio sono:

$$\sum_{\rightarrow+} H_{Telaio} = 0$$

$$N = M_T \ddot{x} - M_T l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + M_T l \ddot{\alpha} \cos \alpha \quad (4.8)$$

dove $l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha$ rappresenta la componente normale dell'accelerazione del baricentro del telaio e $l \ddot{\alpha} \cos \alpha$ rappresenta la componente tangenziale.

Sostituendo in (4.7) l'espressione di N trovata in (4.8) si ricava la prima equazione del moto:

$$F = M_R \ddot{x} + b \dot{x} + M_T \ddot{x} - M_T l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + M_T l \ddot{\alpha} \cos \alpha \quad (4.9)$$

La seconda equazione del moto si ottiene sommando le componenti verticali delle forze agenti sul telaio:

$$\begin{aligned} \sum_{\uparrow+} V_{Telaio} &= 0 \\ P - M_T g + M_T l \ddot{\alpha} \sin \alpha + M_T l \dot{\alpha}^2 \cos \alpha &= 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

Bilanciando i momenti agenti sul baricentro del telaio si può scrivere:

$$\begin{aligned} \sum M_{Baricentro\ Telaio} &= 0 \\ N l \cos \alpha - P l \sin \alpha + J_T \ddot{\alpha} &= 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

in cui J_T rappresenta il momento d'inerzia del telaio, che è stato ricavato nella sezione precedente.

Sostituendo nella (4.11) la (4.8) e la (4.10) si ricava la seconda equazione di moto:

$$(J_T + M_T l^2) \ddot{\alpha} - M_T g l \sin \alpha + M_T \ddot{x} l \cos \alpha = 0 \quad (4.12)$$

Il "modello del moto" è completamente descritto dal sistema di equazioni (4.9) e (4.12):

$$\begin{cases} (M_R + M_T) \ddot{x} + b \dot{x} - M_T l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + M_T l \ddot{\alpha} \cos \alpha = F \\ (J_T + M_T l^2) \ddot{\alpha} - M_T g l \sin \alpha + M_T \ddot{x} l \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

Il sistema a tempo continuo appena ricavato è un sistema di due equazioni differenziali ordinarie del secondo ordine; è possibile trasformarlo in

un sistema di quattro equazioni differenziali ordinarie del primo ordine aggiungendo due equazioni in questo modo:

$$S = \begin{cases} \dot{\alpha} = \dot{\alpha} \\ \dot{x} = \dot{x} \\ (M_R + M_T)\ddot{x} + b\dot{x} - M_T l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + M_T l \ddot{\alpha} \cos \alpha = F \\ (J_T + M_T l^2)\ddot{\alpha} - M_T g l \sin \alpha + M_T \ddot{x} l \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (4.14a)$$

È possibile isolare tra di loro le quattro variabili di stato, ovvero la posizione x , la velocità \dot{x} , l'angolo di inclinazione α e la velocità angolare $\dot{\alpha}$; infatti riscrivendo l'equazione (4.15) come segue:

$$\ddot{\alpha} = \frac{M_T g l \sin \alpha - M_T \ddot{x} l \cos \alpha}{(J_T + M_T l^2)} \quad (4.15)$$

Unendo le equazioni (4.15) e (4.12)

$$\begin{aligned} \ddot{x} = & \frac{(J_T M_T l + M_T^2 l^3) \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + (J_T + M_T l^2) F}{J_T (M_R + M_T) + M_T M_R l^2 + M_T l^2 \sin^2 \alpha} + \\ & + \frac{-(J_T b + M_T l^2 b) \dot{x} - M_T^2 g l^2 \sin \alpha \cos \alpha}{J_T (M_R + M_T) + M_T M_R l^2 + M_T l^2 \sin^2 \alpha} \end{aligned} \quad (4.16)$$

e sostituendo la (4.16) nella (4.15) si ottiene la (4.17):

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} = & \frac{[(M_R + M_T)g(J_T M_T l + M_T^2 l^3)] \sin \alpha - [J_T M_T^2 l^2 + M_T^3 l^4] \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \cos \alpha}{[J_T (M_R + M_T) + M_T M_R l^2 + M_T^2 l^2 \sin^2 \alpha] (J_T + M_T l^2)} + \\ & + \frac{[(-J_T M_T l - M_T^2 l^3) F + (J_T M_T l b + M_T^2 l^3 b) \dot{x}] \cos \alpha}{[J_T (M_R + M_T) + M_T M_R l^2 + M_T^2 l^2 \sin^2 \alpha] (J_T + M_T l^2)} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Possiamo a questo punto riscrivere il sistema (4.14a) come segue:

$$S = \begin{cases} \dot{\alpha} = \dot{\alpha} \\ \dot{x} = \dot{x} \\ \ddot{\alpha} = eq(5.11) \\ \ddot{x} = eq(5.10) \end{cases} \quad (4.14b)$$

4.5 Proprietà del sistema

4.5.1 Equilibrio

Definito il vettore di stato del sistema $x := \begin{bmatrix} \alpha \\ x \\ \dot{\alpha} \\ \dot{x} \end{bmatrix}$ è possibile notare che esistono

dei valori costanti \bar{x} di x e dei valori \bar{u} dell'ingresso F tale per cui:

$$\dot{x} = f(\bar{x}, \bar{u}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Esiste dunque un punto di equilibrio in corrispondenza dei valori $\bar{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ e

$$\bar{u} = F = 0.$$

Fisicamente corrisponde ad avere il carrello immobile con il pendolo fermo e orientato verticalmente verso l'alto.

4.5.2 Sistema linearizzato

Se, come è plausibile supporre, le oscillazioni della parte superiore avvengono attorno al punto di equilibrio ricavato al paragrafo 4.5.1 e hanno entità limitata si può linearizzare il sistema (4.18) come segue:

si pone $x := \begin{bmatrix} \alpha \\ x \\ \dot{\alpha} \\ \dot{x} \end{bmatrix}$ ed inoltre $f := \begin{bmatrix} f_1(x, u) \\ f_2(x, u) \\ f_3(x, u) \\ f_4(x, u) \end{bmatrix}$, dove:

$$f_1(x, u) = \dot{\alpha}$$

$$f_2(x, u) = \dot{x}$$

$$\begin{aligned}
f_3(x, u) &= \frac{[(M_R + M_T)g(J_T M_T l + M_T^2 l^3)] \sin \alpha - [J_T M_T^2 l^2 + M_T^3 l^4] \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \cos \alpha}{[J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2 + M_T^2 l^2 \sin^2 \alpha] (J_T + M_T l^2)} + \\
&\quad + \frac{[(-J_T M_T l - M_T^2 l^3)F + (J_T M_T l b + M_T^2 l^3 b) \dot{x}] \cos \alpha}{[J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2 + M_T^2 l^2 \sin^2 \alpha] (J_T + M_T l^2)} \\
f_4(x, u) &= \frac{(J_T M_T l + M_T^2 l^3) \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + (J_T + M_T l^2) F}{J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2 + M_T l^2 \sin^2 \alpha} + \\
&\quad + \frac{-(J_T b + M_T l^2 b) \dot{x} - M_T^2 g l^2 \sin \alpha \cos \alpha}{J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2 + M_T l^2 \sin^2 \alpha}
\end{aligned}$$

Il modello lineare δS tangente a S nella condizione di equilibrio considerata è:

$$\delta \ddot{x} = A \delta x + B \delta u \quad (4.18a)$$

Dove:

$$A := \frac{\partial f}{\partial x}(\bar{x}, \bar{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\mathcal{F}_1}{\partial \alpha} & \frac{\mathcal{F}_1}{\partial x} & \frac{\mathcal{F}_1}{\partial \dot{\alpha}} & \frac{\mathcal{F}_1}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\mathcal{F}_2}{\partial \alpha} & \frac{\mathcal{F}_2}{\partial x} & \frac{\mathcal{F}_2}{\partial \dot{\alpha}} & \frac{\mathcal{F}_2}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\mathcal{F}_3}{\partial \alpha} & \frac{\mathcal{F}_3}{\partial x} & \frac{\mathcal{F}_3}{\partial \dot{\alpha}} & \frac{\mathcal{F}_3}{\partial \dot{x}} \\ \frac{\mathcal{F}_4}{\partial \alpha} & \frac{\mathcal{F}_4}{\partial x} & \frac{\mathcal{F}_4}{\partial \dot{\alpha}} & \frac{\mathcal{F}_4}{\partial \dot{x}} \end{bmatrix} \quad (4.19a)$$

$$\frac{\mathcal{F}_1}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\mathcal{F}_1}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\mathcal{F}_1}{\partial \dot{\alpha}} = 1$$

$$\frac{\mathcal{F}_1}{\partial \dot{x}} = 0$$

$$\frac{\mathcal{F}_2}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\delta f_2}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\delta f_2}{\partial \dot{\alpha}} = 0$$

$$\frac{\delta f_2}{\partial \dot{x}} = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta f_3}{\partial \alpha} &= \frac{(M_R + M_T)(J_T M_T l + M_T^2 l^3)g [J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2] (J_T + M_T l^2)}{\{[J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2] (J_T + M_T l^2)\}^2} \\ &= 12.5532 \end{aligned}$$

$$\frac{\delta f_3}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\delta f_3}{\partial \dot{\alpha}} = 0$$

$$\frac{\delta f_3}{\partial \dot{x}} = \frac{J_T M_T l b + M_T^2 l^3 b}{[J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2] (J_T + M_T l^2)} = 0.0060$$

$$\frac{\delta f_4}{\partial \alpha} = \frac{-J_T(M_R + M_T)M_T^2 l^2 g - M_T^3 M_R l^4 g}{(J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2)^2} = -4.1853$$

$$\frac{\delta f_4}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\delta f_4}{\partial \dot{\alpha}} = 0$$

$$\frac{\delta f_4}{\partial \dot{x}} = \frac{-J_T b - M_T b l^2}{J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2} = -0.0067$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 12.5532 & 0 & 0 & 0.0060 \\ -4.1853 & 0 & 0 & -0.0067 \end{bmatrix} \quad (4.19b)$$

$$B := \frac{\partial f}{\partial u}(\bar{x}, \bar{u}) = \begin{bmatrix} \frac{\mathcal{J}_1}{\partial u} \\ \frac{\mathcal{J}_2}{\partial u} \\ \frac{\mathcal{J}_3}{\partial u} \\ \frac{\mathcal{J}_4}{\partial u} \end{bmatrix} \quad (4.20a)$$

$$\frac{\mathcal{J}_1}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\mathcal{J}_2}{\partial u} = 0$$

$$\frac{\mathcal{J}_3}{\partial u} = \frac{-J_T M_T l - M_T^2 l^3}{[J_T(M_R + M_T) + M_T M_R l^2](J_T + M_T l^2)} = -0.0599$$

$$\frac{\mathcal{J}_4}{\partial u} = \frac{J_T + M_T l^2}{J_T(M_R + M_T) + M_T l^2 M_R} = 0.0668$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.0599 \\ 0.0668 \end{bmatrix} \quad (4.20b)$$

Quindi il sistema in forma matriciale diventa

$$\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \dot{x} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 12.5532 & 0 & 0 & 0.0060 \\ -4.1853 & 0 & 0 & -0.0067 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ x \\ \dot{\alpha} \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.0599 \\ 0.0668 \end{bmatrix} F \quad (4.18b)$$

e può essere rappresentabile con lo schema a blocchi di Figura 4.7.

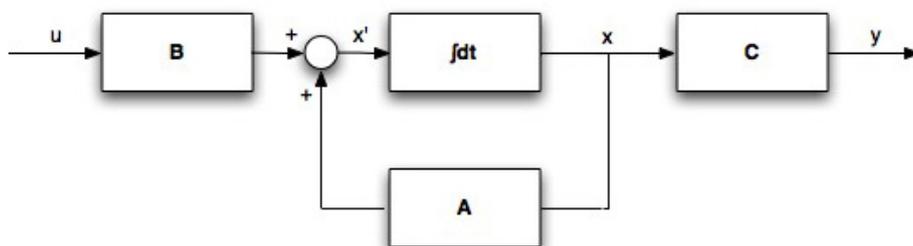


Figura 4.7: Rappresentazione dell'equazione di stato del pendolo inverso linearizzato.

Da ultimo, la trasformazione d'uscita è data da $y = Cx$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

perché nel nostro caso le uscite sono due: l'angolo α e la posizione x .

È ora possibile ricavare dalle matrici del sistema le funzioni di trasferimento $P(s)$ del pendolo, considerando come uscita l'angolo di inclinazione (5.21) e la posizione del pendolo (5.22):

$$P_{\alpha}(s) = \frac{num_{\alpha}}{den} = \frac{-0.0599s^2 - 5.3181 \cdot 10^{-20}s}{s^4 + 0.0067s^3 - 12.5532s^2 - 0.0588s} \quad (4.21)$$

$$P_{\text{position}}(s) = \frac{num_x}{den} = \frac{0.0668s^2 - 0.5880}{s^4 + 0.0067s^3 - 12.5532s^2 - 0.0588s} \quad (4.22)$$

Lo schema a blocchi che descrive la funzione di trasferimento $P(s)$ del pendolo è il seguente:

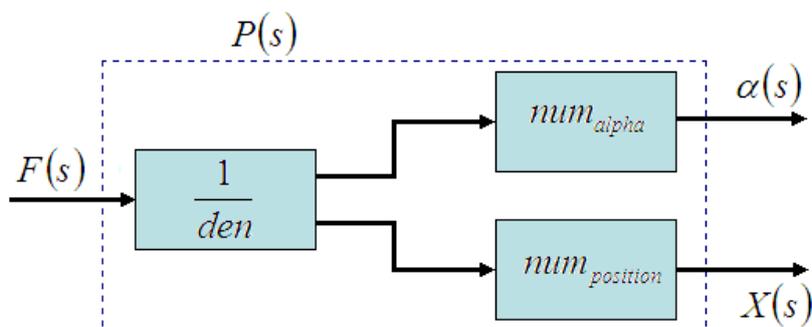


Figura 4.8: Schema a blocchi del pendolo.

Che può essere racchiuso all'interno di un unico blocco come mostrato in Figura 4.9:

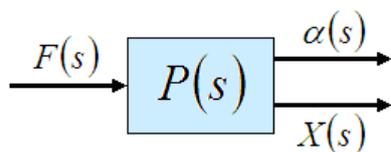


Figura 4.9: Blocco contenente lo schema a blocchi del pendolo.

4.6 Modello del motore in corrente continua

I motori a corrente continua sono di primaria importanza nei servomeccanismi e nei sistemi di controllo in genere. In particolare, per potenze fino ad alcune centinaia di Watt, sono molto usati i motori a CC a magneti permanenti.

Le caratteristiche che rendono questi motori particolarmente comodi nei servomeccanismi sono l'elevata potenza in rapporto al volume, l'elevata coppia allo spunto e la facilità di regolazione della velocità.

La Figura 4.10 riporta il simbolo grafico e il circuito equivalente di questi motori; in Figura 4.11 è invece riportata la struttura semplificata.

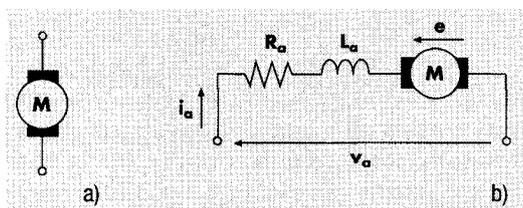


Figura 4.10: Simbolo (a) e circuito equivalente (b) di un motore in continua a magneti permanenti.

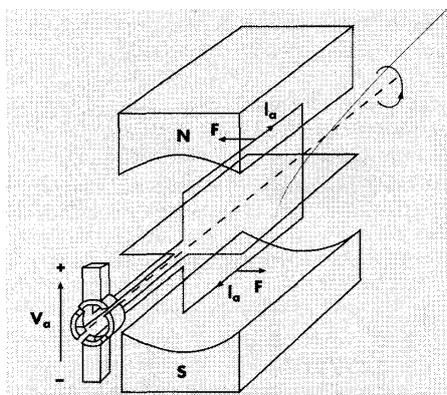


Figura 4.11: Struttura semplificata di un motore a magneti permanenti.

Il motore si compone essenzialmente di un magnete permanente, che costituisce la parte fissa del motore, detta statore, e da una mobile, detta rotore, che sostiene gli avvolgimenti (schematizzati per semplicità da due spire e detti armatura). Il rotore viene normalmente realizzato in materiale ferromagnetico o, per piccole potenze, in materiale plastico.

Il collegamento elettrico tra l'alimentazione e l'avvolgimento viene ottenuto tramite contatti striscianti tra le spazzole e il collettore, che in pratica si comporta da commutatore meccanico, alimentando, in relazione alla posizione del rotore, una delle due spire elettriche (nel caso semplificato di Figura 4.11).

Il magnete permanente crea il campo magnetico induttore: alimentando il rotore in modo da creare negli avvolgimenti una corrente di armatura i si produce nel singolo conduttore una forza normale al conduttore stesso e alle linee di campo del magnete permanente (forze elettromagnetiche). Poiché i singoli lati attivi della spira (quelli più lunghi tagliati trasversalmente dalle linee di campo) sono attraversati da correnti di verso opposto, anche le forze risultano tali, producendo una coppia meccanica, detta coppia motrice. La coppia motrice assume il suo valore massimo quando la spira si trova nella posizione indicata in figura, e si riduce fino ad annullarsi dopo una rotazione di 90° . A questo punto entra però in conduzione l'altra spira, e quindi la coppia motrice viene mantenuta.

Indicando con C e V rispettivamente la coppia e la tensione applicate, e con ω e i la velocità angolare del motore e la corrente circolante, sfruttando la legge di Kirchoff alle maglie e un bilancio di coppie, possiamo scrivere le relazioni che esprimono il funzionamento del motore:

$$V = iL_m + R_m i + K_e \omega \quad (4.23)$$

$$C = K_m i \quad (4.24)$$

dove R_m e L_m sono la resistenza e l'induttanza interne al motore, K_e è la costante della forza elettromotrice inversa, K_m è la costante di coppia.

4.6.1 Funzione di trasferimento del motore

Per lo studio della funzione di trasferimento, si deve tenere presente che a equilibrio dinamico raggiunto la coppia motrice eguaglia quella resistente.

La coppia resistente C_r è somma di più termini:

- termini dovuti al motore:
- coppia di attrito
 - coppia di inerzia
- termini dovuti al carico:
- coppia di attrito
 - coppia di inerzia
 - coppia resistente

Detto J il momento di inerzia complessivo del motore e del carico, b il coefficiente di attrito viscoso complessivo del motore e del carico, e C_{rl} , la coppia resistente del carico, si può quindi scrivere:

$$C_m = C_r = J\dot{\omega} + b\omega + C_{rl} \quad (4.25)$$

Trasformando secondo Laplace le (4.23), (4.24), (4.25) si ottiene:

$$V(s) = (R_m + sL_m)I(s) + K_e\omega(s) \quad (4.26)$$

$$C_m(s) = K_m I(s) \quad (4.27)$$

$$C_m(s) = (sJ + b)\omega(s) + C_{rl}(s) \quad (4.28)$$

Dalle quali è semplice ottenere lo schema a blocchi del motore di Figura 4.12.

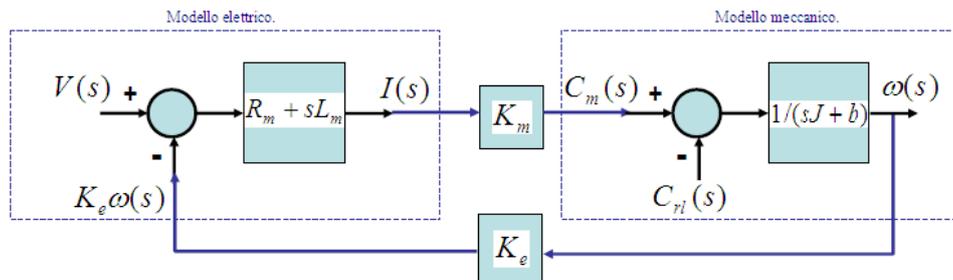


Figura 4.12: Schema a blocchi del motore in continua a magneti permanente.

In questo schema a blocchi sono considerate come ingressi la tensione di armatura e la coppia resistente del carico, e come uscita la velocità angolare: si tratta di un sistema a retroazione negativa, pertanto il motore tende ad autocompensarsi, ovvero a mantenere costante la sua velocità (con V costante).

La funzione di trasferimento $M_T(s)$ del motore, con ingresso la tensione di alimentazione V e uscita ω , risulta:

$$M_T(s) = \frac{\omega(s)}{V(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (4.29)$$

$$G(s) = \frac{K_m}{(sL_m + R_m)(sJ + b)} = \text{linea d'andata} \quad (4.30)$$

$$H(s) = K_e = \text{retroazione} \quad (4.31)$$

$$G(s)H(s) = \text{funzione d'anello} \quad (4.32)$$

$$\Rightarrow M_T(s) = \frac{K_m}{(sL_m + R_m)(sJ + b) + K_m K_e} \quad (4.33)$$

Si tratta di una funzione di trasferimento con due poli; il motore è quindi un sistema del secondo ordine.

Nel nostro caso il modello meccanico è rappresentato dal modello del pendolo inverso precedentemente ricavato, quindi il modello dei motori si riduce a:

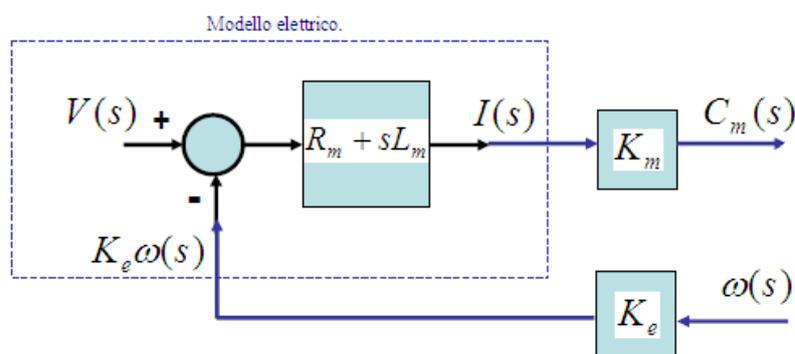


Figura 4.13: Schema a blocchi della parte elettrica del motore in continua a magneti permanenti.

Che può essere racchiuso all'interno di un unico blocco come mostrato in Figura 4.14:

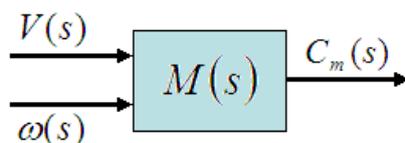


Figura 5.14: Blocco contenente la parte elettrica del motore in continua a magneti permanenti.

4.7 Modello del sistema

Per ricavare il modello del sistema, e quindi per riuscire ad unire il modello degli attuatori a quello del pendolo, occorre considerare che nel nostro caso il motore è dotato di un insieme di riduttori con rapporto di riduzione totale τ_m che trasmette la coppia alle ruote di raggio r , quindi la coppia in uscita è convertita in forza, e la velocità angolare in velocità lineare x del carrello.

Traduciamo quindi il tutto con le seguenti relazioni:

$$F = \frac{C_m \tau_m}{r} \Rightarrow C_m = \frac{rF}{\tau_m} \quad (4.34)$$

$$\omega_m = \frac{\tau_m \dot{x}}{r} \Rightarrow \dot{x} = \frac{r\omega_m}{\tau_m} \quad (4.35)$$

Trasformando secondo Laplace la (4.34) e la (4.35) si ottiene:

$$F(s) = \frac{\tau_m}{r} C_m(s) \quad (4.36)$$

$$\omega(s) = \frac{\tau_m s}{r} X(s) \quad (4.37)$$

È ora possibile unire i due modelli principali per formare il seguente schema a blocchi:

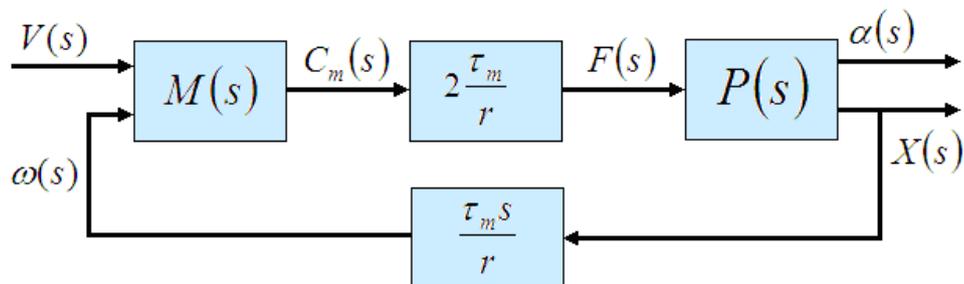


Fig. 4.15: Schema a blocchi dell'intero sistema da controllare.

La funzione di trasferimento $S(s)$ del sistema, valutata rispetto l'angolo d'inclinazione del pendolo e alla posizione risulta:

$$S_\alpha(s) = \frac{\alpha(s)}{V(s)} = \frac{2num_\alpha(s)\tau_m K_m (R_m + sL_m)r}{r^2 den(s) + 2num_x(s)\tau_m^2 K_m (R_m + sL_m)K_e s} \quad (4.38a)$$

$$= \frac{-5.8872 \cdot 10^{-6} s^3 - 0.0226s^2 - 2.0057 \cdot 10^{-20} s}{0.0362s^4 + 0.4157s^3 - 0.4541s^2 - 3.6582s}$$

$$S_x(s) = \frac{X(s)}{V(s)} = \frac{2num_x(s)\tau_m K_m (R_m + sL_m)r}{r^2 den(s) + 2num_x(s)\tau_m^2 K_m (R_m + sL_m)K_e s} \quad (4.39a)$$

$$= \frac{6.5636 \cdot 10^{-6} s^3 + 0.0252s^2 - 5.7754 \cdot 10^{-5} s - 0.2218}{0.0362s^4 + 0.4157s^3 - 0.4541s^2 - 3.6582s}$$

Che riscritti in forma di guadagno/zeri/poli risultano:

$$S_\alpha(s) = \frac{\alpha(s)}{V(s)} = \frac{-0.00016263s(s+3839)}{(s+11.82)(s+2.76)(s-3.098)} \quad (4.38b)$$

$$S_x(s) = \frac{X(s)}{V(s)} = \frac{0.00018131(s+3839)(s+2.967)(s-2.967)}{s(s+11.82)(s+2.76)(s-3.098)} \quad (4.39b)$$

Dopo aver osservato che l'induttanza del motore $L_m = 0.0823$ mH, essendo molto piccola, genera solo componenti a frequenza così elevata da essere irrilevanti allo studio del problema si è deciso di trascurare nella trattazione seguente gli apporti dovuti alla sua presenza nel modello del motore.

La funzione di trasferimento $S(s)$ del sistema, così semplificata risulta:

$$S_\alpha(s) = \frac{\alpha(s)}{V(s)} = \frac{2num_\alpha \tau_m K_m R_m r}{r^2 den + 2num_x \tau_m^2 K_m R_m K_e s} \quad (4.40a)$$

$$= \frac{-0.0226s^2}{0.0361s^4 + 0.4157s^3 - 0.4532s^2 - 3.6582s}$$

$$S_x(s) = \frac{X(s)}{V(s)} = \frac{2num_x \tau_m K_m R_m r}{r^2 den + 2num_x \tau_m^2 K_m R_m K_e s} \quad (4.41a)$$

$$= \frac{0.0252s^2 - 0.2218}{0.0361s^4 + 0.4157s^3 - 0.4532s^2 - 3.6582s}$$

Scritti in forma di guadagno/zeri/poli diventano:

$$S_\alpha(s) = \frac{\alpha(s)}{V(s)} = \frac{-0.62604s}{(s+11.85)(s+2.76)(s-3.098)} \quad (4.40b)$$

$$S_x(s) = \frac{X(s)}{V(s)} = \frac{0.69806(s-2.967)(s+2.967)}{s(s+11.85)(s+2.76)(s-3.098)} \quad (4.41b)$$

Dato che l'obiettivo finale del controllo sarà, oltre quello di mantenere la verticale, di inseguire un riferimento di velocità occorre, al fine di poter studiare successivamente il controllore da realizzare, ricavare la funzione di trasferimento $S_v(s)$ dell'ingresso rispetto alla velocità del carrello.

$$S_v(s) = \frac{sX(s)}{V(s)} = \frac{0.0252s^3 - 0.2218s}{0.0361s^4 + 0.4157s^3 - 0.4532s^2 - 3.6582s} \quad (4.42)$$

Il modello finale del sistema che si vuole realizzare è un insieme di funzioni di trasferimento che sintetizzano ciò che il microcontrollore montato sul robot è in grado di leggere o manipolare, quindi l'ingresso del modello dovrà essere la variabile manipolata dal controllore reale e le uscite dovranno essere le variabili misurate dai sensori sulle quali si baseranno le logiche di controllo del controllore.

Nel modello finora realizzato, composto dalle funzioni di trasferimento $S_\alpha(s)$ e $S_v(s)$, occorre quindi considerare che l'azione di controllo andrà a modificare la coppia generata dai motori per mezzo di una tensione, identificata nelle funzioni di trasferimento precedenti da $V(s)$, che viene fatta variare mediante una modulazione PWM secondo la seguente legge:

$$V_{erogata}(s) = V(s) = \frac{V_{batterie}}{4096} PWM(s) = \frac{25}{4096} PWM(s) = 0.0061 PWM(s) \quad (4.43)$$

dove $V_{PWM}(s)$ è un valore compreso tra 0 e 4096. Ovviamente quando $V_{PWM}(s)=0$ il duty cycle è uguale allo 0% e la coppia erogata è nulla, mentre quando $V_{PWM}(s)=4096$ il duty cycle è uguale al 100% e la coppia erogata è massima.

Le funzioni di trasferimento (4.40) e (4.43) possono dunque essere riscritte, in seguito alla puntualizzazione fatta, come segue:

$$S_\alpha(s) = \frac{\alpha(s)}{PWM(s)} = \frac{-137.86 \cdot 10^{-6} s^2 - 1.225 \cdot 10^{-22} s}{0.0361s^4 + 0.4157s^3 - 0.4532s^2 - 3.6582s} \quad (4.44)$$

$$S_v(s) = \frac{sX(s)}{PWM(s)} = \frac{153.72 \cdot 10^{-6} s^3 - 1352.98 \cdot 10^{-6} s}{0.0361s^4 + 0.4157s^3 - 0.4532s^2 - 3.6582s} \quad (4.45)$$

È inoltre necessario considerare che, nel sistema reale, in ingresso al microcontrollore non giunge un valore d'inclinazione del pendolo espresso in radianti, ma in gradi e non giunge un valore di velocità lineare del carrello espresso in m/s, ma un valore di velocità di rotazione dell'asse del motore fornito dall'encoder ottico ed espresso in tic/s.

Quindi le conversioni da apportare sono rispettivamente

$$\alpha_{Gradi} = \frac{360}{2\pi} \alpha_{rad} = 57.296 \alpha_{rad} \quad (4.46)$$

$$v_{DCount} = \frac{\tau_m}{R} \frac{2000}{(50 \cdot 2\pi)} sX(s) = 3484.655596 sX(s) \quad (4.47)$$

e le funzioni di trasferimento definitive del sistema da controllare sono:

$$S_\alpha(s) = \frac{\alpha_{Gradi}(s)}{PWM(s)} = \frac{-7.9 \cdot 10^{-3} s^2 - 7.019 \cdot 10^{-21} s}{0.0361s^4 + 0.4157s^3 - 0.4532s^2 - 3.6582s} \quad (4.48)$$

$$S_v(s) = \frac{v_{DCount}(s)}{PWM(s)} = \frac{536.184 \cdot 10^{-3} s^3 - 4719.374 \cdot 10^{-3} s}{0.0361s^3 + 0.4157s^2 - 0.4532s - 3.6582} \quad (4.49)$$

4.8 Simulazione del modello in ambiente MATLAB/Simulink

Tramite il pacchetto Simulink per MATLAB è possibile simulare sistemi dinamici inserendo sotto forma di schemi a blocchi le equazioni che descrivono il modello.

Si è scelto quindi di utilizzare questo software per simulare il sistema governato dalle equazioni (4.48) e (4.49) ricavate dall'unione del modello del pendolo inverso al modello del motore con l'aggiunta di opportuni blocchi necessari a trasformare i dati in ingresso e in uscita dai due in un'unità di misura passibile di elaborazione per il microcontrollore.

Di seguito verranno mostrati gli schemi a blocchi realizzati per il pendolo inverso, il motore e infine il sistema completo che servirà per la sintesi del controllore.

4.8.1 Modello del pendolo

Si riportano di seguito le equazioni che sintetizzano il pendolo inverso:

$$S = \begin{cases} \dot{\alpha} = \dot{\alpha} \\ \dot{x} = \dot{x} \\ (M_R + M_T)\ddot{x} + b\dot{x} - M_T l \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + M_T l \ddot{\alpha} \cos \alpha = F \\ (J_T + M_T l^2)\ddot{\alpha} - M_T g l \sin \alpha + M_T \ddot{x} l \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (4.14a)$$

Lo schema realizzato è mostrato in Figura 4.16.

La parte superiore rappresenta principalmente la terza equazione del moto, ovvero quella che descrive la componente orizzontale delle forze agenti sull'asse delle ruote. È possibile impostare come ingresso la forza F esercitata dai motori, l'angolo e la velocità iniziale del robot, indicati rispettivamente con *initial inclination* e *initial velocity*.

Nei blocchi inferiori si possono invece riconoscere i fattori della quarta equazione del moto, in cui compaiono i momenti di inerzia.

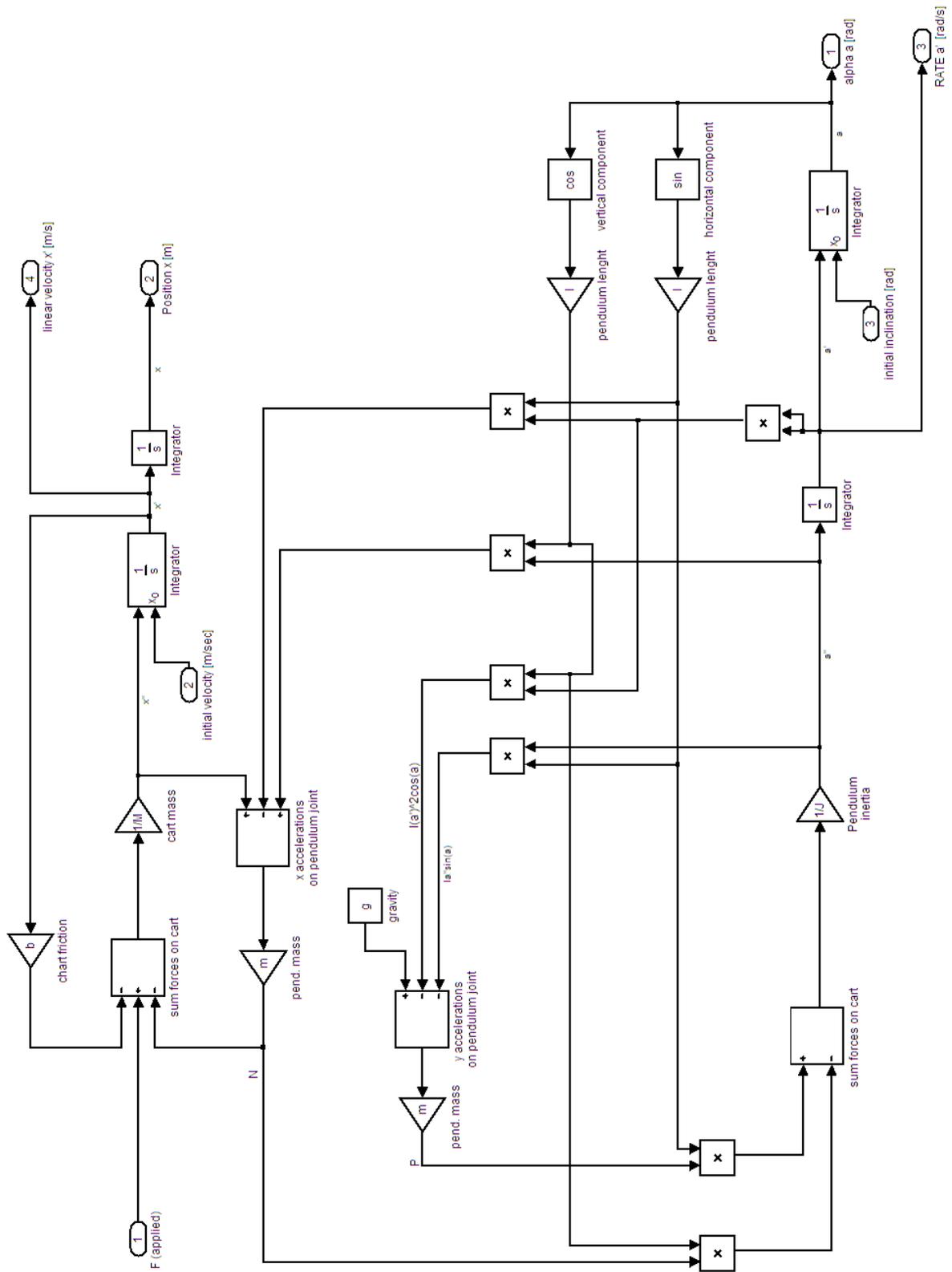


Figura 4.16: Modello del pendolo inverso riportato in ambiente MATLAB/Simulink.

D'ora in avanti lo schema a blocchi del pendolo verrà rappresentato incorporato in un unico blocco simulink come mostrato in Figura 4.17.

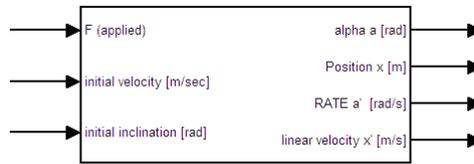


Figura 4.17: Blocco MATLAB/Simulink contenente il modello del pendolo inverso.

4.8.2 Modello del motore

Si riportano di seguito le equazioni semplificate (a proposito si vedano i paragrafi 4.6 e 4.7) che sintetizzano i singoli motori e lo schema a blocchi che li descrive:

$$V = R_m i + K_e \omega \quad (4.23)$$

$$C = K_m i \quad (4.24)$$

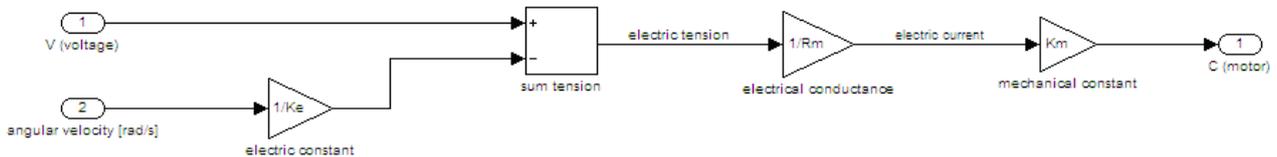


Figura 4.18: Modello semplificato del motore riportato in ambiente MATLAB/Simulink.

La parte a sinistra rappresenta il modello elettrico del motore descritto dalla prima equazione, mentre quella a destra rappresenta il modello meccanico del motore descritto dalla seconda equazione.

D'ora in avanti lo schema a blocchi del pendolo verrà rappresentato in un unico blocco simulink come mostrato in Figura 4.19.

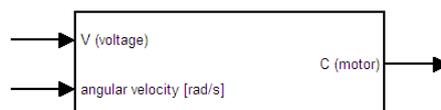


Figura 4.19: Blocco MATLAB/Simulink contenente il modello semplificato del motore.

4.8.3 Modello del sistema

Lo schema realizzato del sistema da controllare è mostrato in Figura 4.20.

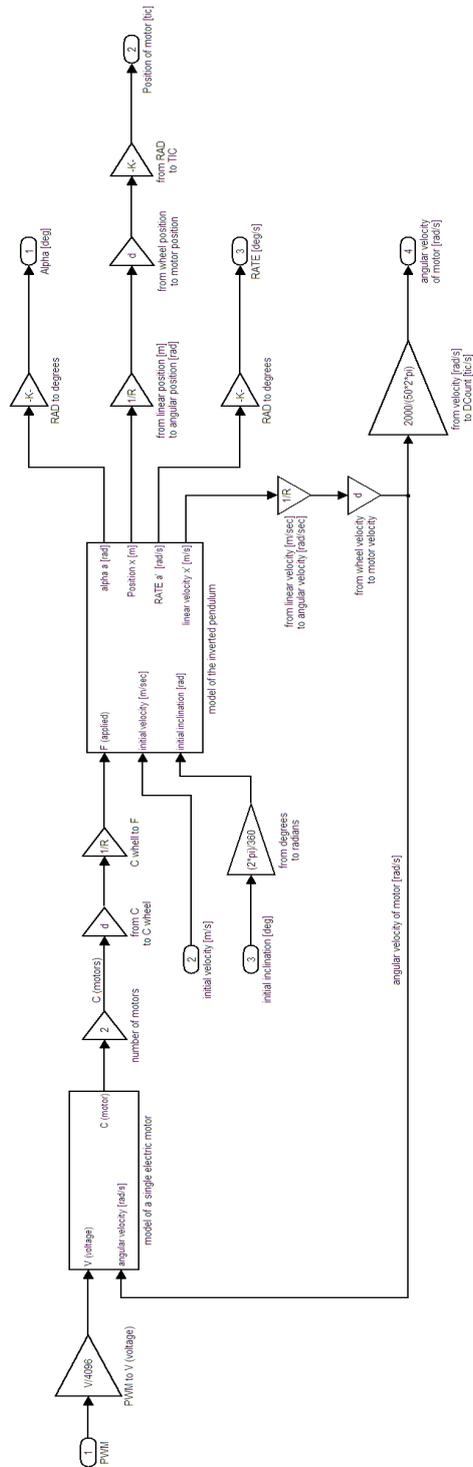


Figura 4.20: Modello del robot riportato in ambiente MATLAB/Simulink.

Come nei casi precedenti è possibile raggruppare il modello del sistema all'interno di un unico blocco come mostrato in Figura 4.21.

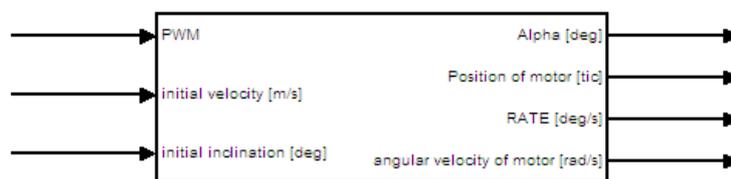


Figura 4.21: Blocco MATLAB/Simulink contenente il modello del robot.

Tale blocco sarà l'oggetto dello studio nell'ambiente simulato, sul quale verranno ricercati e testati i possibili controllori da implementare al fine di raggiungere l'obiettivo desiderato.

4.8.4 Modello del sistema - alternativa

In MATLAB/Simulink esistono dei blocchetti prefabbricati in cui è possibile scrivere la funzione di trasferimento di un sistema (in forma normale o polare) per poterlo simulare. Tale soluzione, che è equivalente alla precedente, è mostrata di seguito in figura 4.22:

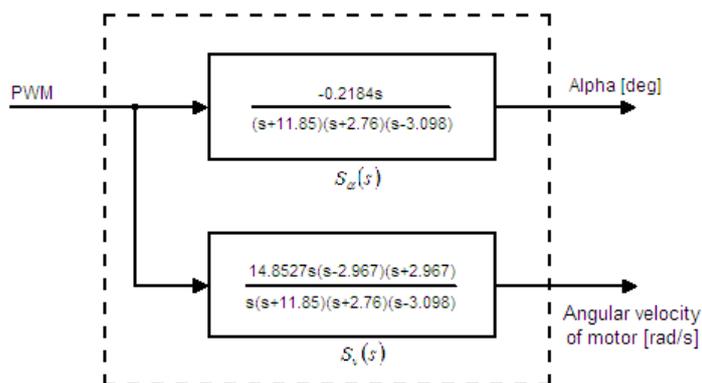


Figura 4.22: Blocco MATLAB/Simulink contenente le FDT del modello del robot.

Verifica del modello

Nel seguente sottocapitolo verranno descritte le prove effettuate per valutare la veridicità dei vari sottomodelli realizzati e verranno mostrati i relativi grafici di confronto con il sistema reale.

4.9 Test 1 – Caduta libera de pendolo

Per testare l'attinenza alla realtà del modello si è lasciato cadere il pendolo a terra partendo dalla posizione di equilibrio verticale e sono stati acquisiti i dati provenienti dalle variabili di stato d'interesse (angolo, rate).

4.9.1 Angolo e rate

Nelle prime prove è risultato evidente come l'attendibilità dei dati acquisiti fosse fortemente dipendente dalla correttezza del riferimento per la verticale, la quale deve essere impostata manualmente a causa di come è stato concepito l'hardware. Per ovviare a tale inconveniente è stata fatta una media tra le acquisizioni ottenute facendo cadere il robot dalla parte degli angoli positivi, e le acquisizioni, cambiate di segno, ottenute facendo cadere il robot dalla parte degli angoli negativi.

I valori ricavati per l'angolo e il rate, come è possibile osservare dai grafici di Figura 4.23 e 4.24, hanno mostrato una buona corrispondenza tra modello reale e simulato.

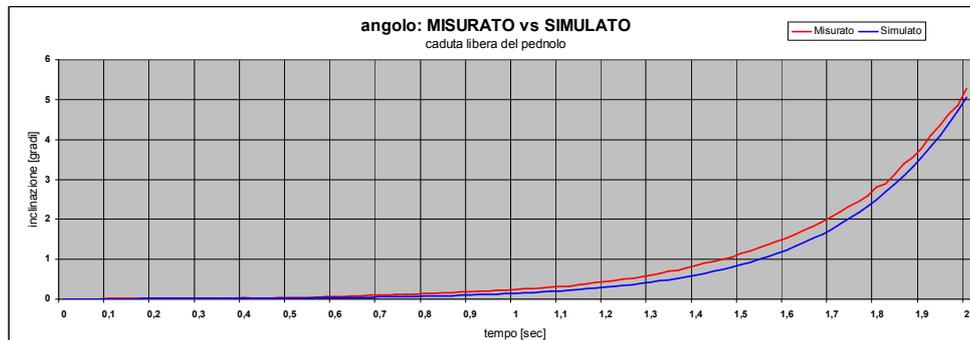


Figura 4.23: Confronto dell'inclinazione del pendolo, misurata e simulata, durante una caduta libera.

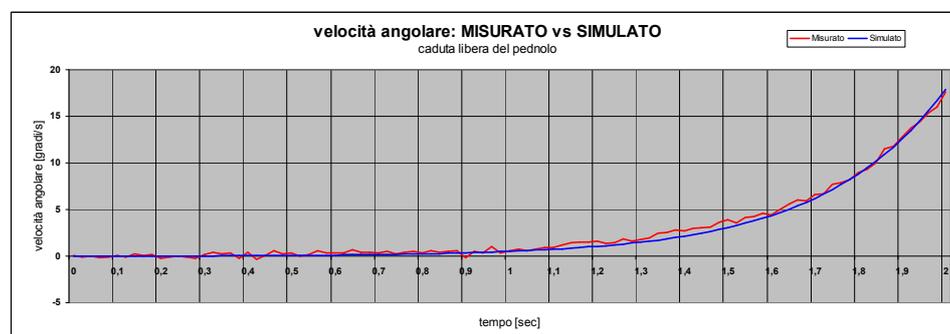


Figura 4.24: Confronto tra la velocità angolare del pendolo, misurata e simulata, durante una caduta libera.

Dai grafici disegnati si nota come l'angolo misurato sia sempre in anticipo rispetto quello simulato pur essendo l'accelerazione angolare dei due molto simile. Ciò può essere dovuto al filtro di Kalman che basandosi molto sul dato fornito dal giroscopio fa sì che l'angolo misurato risulti essere in anticipo rispetto l'angolo reale.

4.10 Test 2 – Risposta dei motori

Per verificare la validità del modello del motore è stato necessario scegliere un test che non fosse influenzato dal modello del pendolo. Si è quindi pensato di testare la risposta dei motori ad un ingresso a scalino quando il robot è appoggiato a terra mediante i bracci anti caduta. Le risposte del sistema misurate sono poi state confrontate per confermare la validità del modello.

4.10.1 Velocità

I grafici realizzati sono i seguenti:

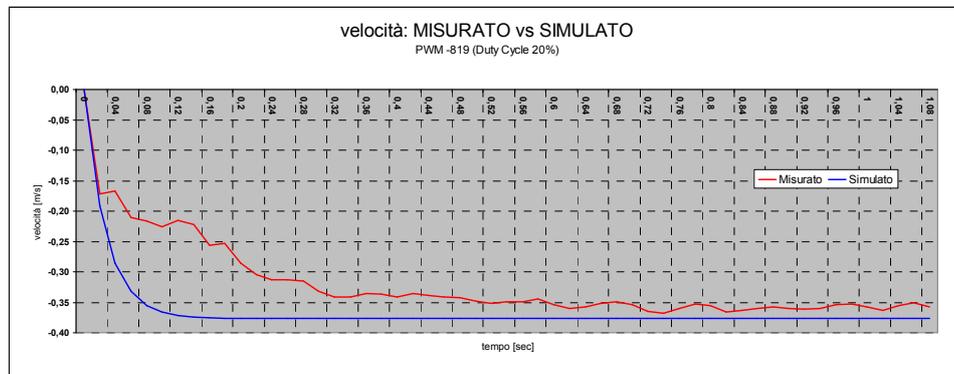


Figura 4.25: Confronto della velocità quando è applicato in ingresso un Duty Cycle del 20%.

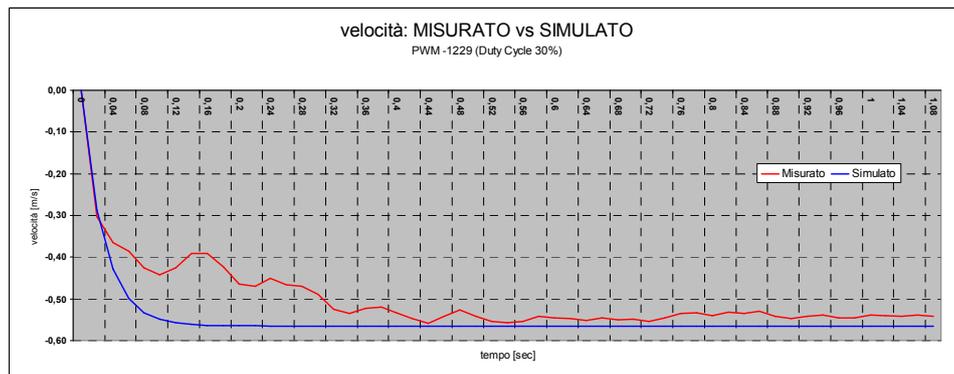


Figura 4.26: Confronto della velocità quando è applicato in ingresso un Duty Cycle del 30%.

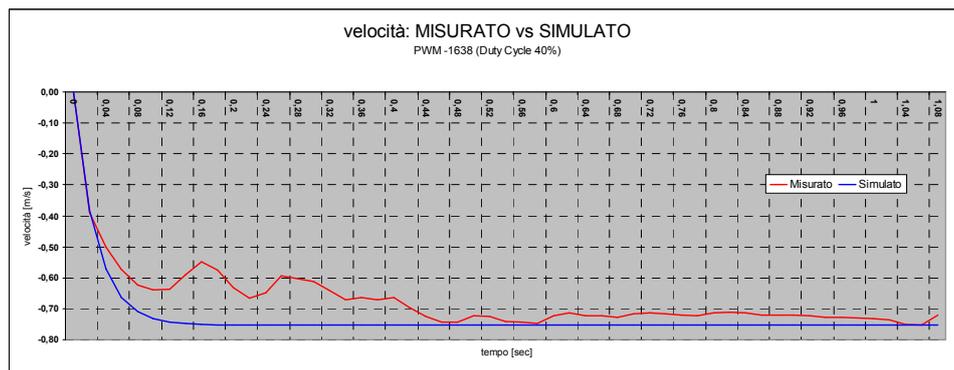


Figura 4.27: Confronto della velocità quando è applicato in ingresso un Duty Cycle del 40%.

Come è possibile notare il modello approssima abbastanza bene la risposta iniziale e il valore di regime, mentre è meno fedele alla realtà nella parte centrale della risposta dove il sistema reale diminuisce la sua accelerazione e presenta strani picchi che sembrano essere causati da disturbi a frequenza maggiore.

Tali disturbi potrebbero essere attribuibili al fatto che:

- il pendolo pur essendo appoggiato a terra subisce delle accelerazioni che lo sbilanciano, e se pur in modo molto contenuto, lo fanno oscillare andando a modificare la distribuzione di peso e le forze resistenti in gioco;
- il pavimento del laboratorio è formato da piastrelle che non risultando sempre ben posizionate fanno sì che il terreno presenti delle imperfezioni che modificano inevitabilmente l'attrito e la resistenza incontrati.

Inoltre le differenze riscontrate sono sicuramente dovuta anche al fatto che nel modello simulato non sono stati considerati tutti quegli attriti che entrano in gioco a causa di non idealità, quali per esempio i giochi della trasmissione o le ruote non perfettamente gonfie.

4.10.2 Linearità dei motori

I dati acquisiti dal test precedentemente descritto ci hanno permesso di evidenziare anche la buona linearità dell'insieme degli attuatori mediante il grafico di Figura 4.28 nel quale sono stati sovrapposti i grafici delle risposte del sistema ottenuti imponendo in ingresso un segnale avente Duty Cycle 20% e 30%, ovviamente premoltiplicando i dati acquisiti rispettivamente per 4/2 e per 4/3, al grafico della risposta del sistema ottenuto imponendo in ingresso un segnale avente Duty Cycle 40%.

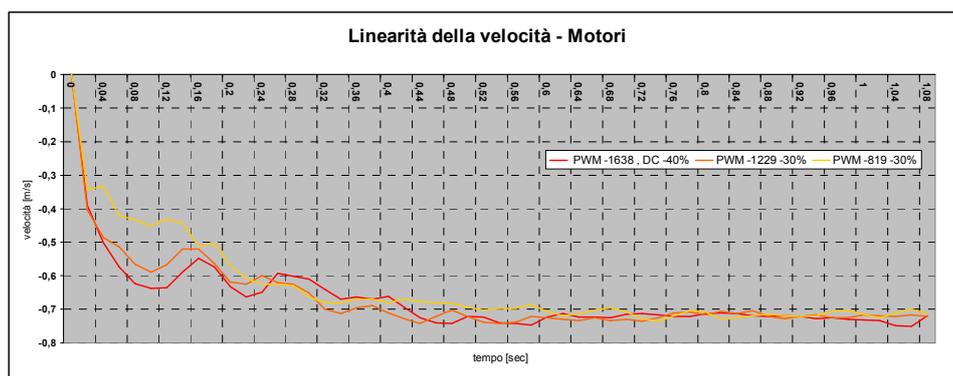


Figura 4.28: Sovrapposizione delle differenti acquisizioni di velocità, opportunamente scalate, per mostrare la linearità degli attuatori.

4.11 Test 3 – Anello chiuso

Per verificare il modello del sistema completo, ovvero l'insieme di tutti i sottomodelli realizzati e descritti nei sottocapitoli precedenti, è stato chiuso l'anello di controllo dell'angolo inserendo al suo interno un controllore puramente proporzionale con guadagno $Kp = 1000$ e facendo partire il pendolo da un'inclinazione di circa 3.5° .

I grafici relativi al test sono riportati in Figura 4.29 e 4.30.

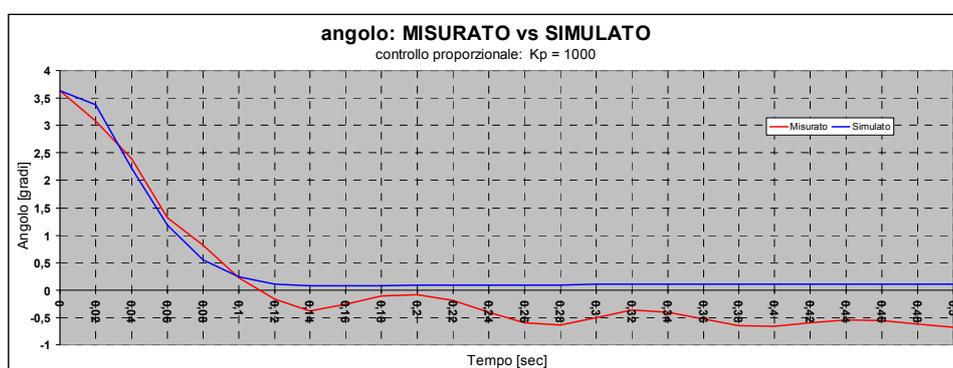


Figura 4.29: Confronto dell'inclinazione del pendolo, misurata e simulata, quando è implementato un controllo proporzionale.

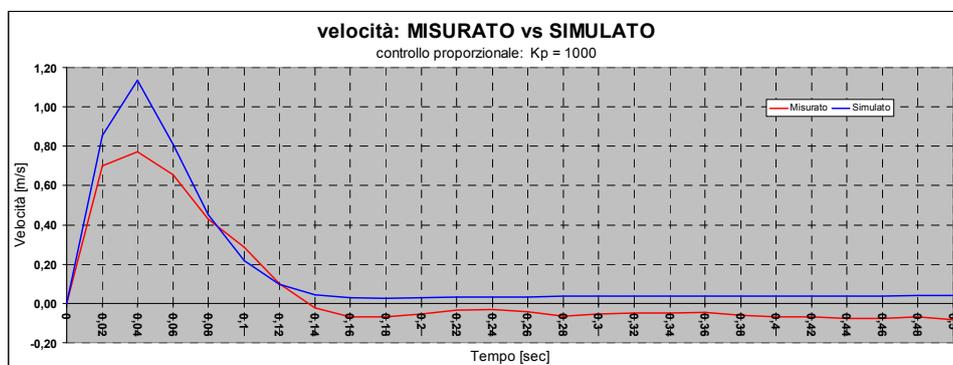


Figura 4.30: Confronto della velocità del robot, misurata e simulata, quando è implementato un controllo proporzionale.

Come è possibile notare, soprattutto osservando il grafico dell'inclinazione, il modello approssima in modo soddisfacente il sistema reale. I tempi coincidono bene in entrambe le comparazioni, ma, mentre per l'inclinazione "coincidono" i valori d'angolo misurati e simulati, per la velocità si notano evidenti discrepanze dovute probabilmente, come già ipotizzato nel test precedente, agli attriti delle ruote e della trasmissione.

Capitolo 5

Controllori

Di seguito verranno ripresi per essere approfonditi i controllori generalmente utilizzati per l'applicazione in questione già citati nel capitolo 2. Verranno quindi descritti più dettagliatamente i controllori industriali di tipo PID (*proportional–integral–derivative controller*), i controllori LQR (*Linear-quadratic regulator controller*) e i controllori con logica Fuzzy.

5.1 I controllori industriali

In molte applicazioni correnti, soprattutto in ambito industriale, ma anche in altri settori, nei quali le esigenze di modularità, fungibilità, facilità d'impiego e di manutenzione si accompagnano ad esigenze non eccessivamente stringenti sulla qualità del controllo, risulta conveniente l'uso di controllori standard, caratterizzati da un numero contenuto di parametri. Il progetto di sistemi di controllo basati sull'impiego di controllori standard, o “industriali”, si riduce alla taratura dei suddetti parametri. Uno dei fattori fondamentali alla base del successo dei controllori industriali standard è la possibilità di sviluppare procedimenti di taratura automatica o semiautomatica capaci di fornire soluzioni adeguate, o comunque accettabili, per un gran numero di applicazioni semplici e sufficientemente consolidate. Le linee guida dei principali procedimenti di taratura verranno illustrate nel sottoparagrafo 5.1.3.

I controllori standard, o “industriali”, si suddividono sostanzialmente in due classi:

- controllori “lineari” di tipo PID
- controllori non lineari a commutazione (o a relè).

I controllori dell’uno e dell’altro tipo possono differire sostanzialmente per modalità costruttive, tecnologia impiegata (elettronica, pneumatica, meccanica; analogica o digitale) e anche per scelte specifiche delle case costruttrici. Tuttavia, il loro funzionamento, vale a dire il legame funzionale ch’essi impongono fra ingressi e uscita, è invariabilmente riconducibile, almeno in linea di principio, al semplicissimo schema a blocchi di Figura 5.1.

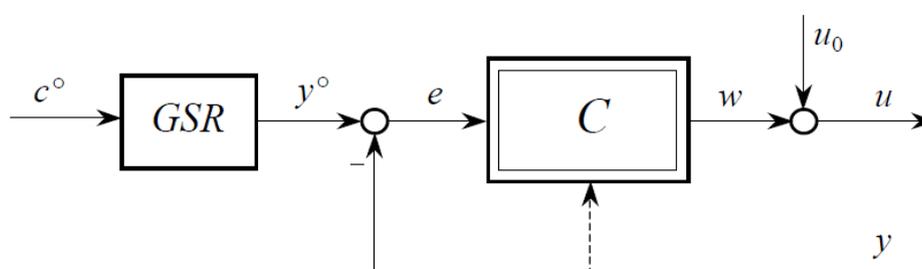


Figura 5.1 : Schema a blocchi di un controllore industriale.

Con *GSR* si è indicato l’elemento, detto generatore del segnale di riferimento, che converte il valore desiderato della variabile controllata c nel valore desiderato della variabile y ; della variabile, cioè, che esprime una misura corrente della variabile controllata c .

5.1.1 Controllori di tipo PID

Con riferimento allo schema a blocchi di Figura 5.1, valido per tutti i controllori standard, un *controllore ideale ad azione proporzionale, integrale e derivativa (PID)* è descritto da:

$$w(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

I parametri K_p , K_i e K_d sono detti, rispettivamente, coefficiente dell'azione proporzionale, coefficiente dell'azione integrale e coefficiente dell'azione derivativa.

I parametri T_i e T_d , più frequentemente usati in alternativa a K_i e K_d , sono detti tempo integrale e tempo derivativo. Il tempo integrale (in inglese, "integral time") è anche detto tempo di riaggiustamento (in inglese, "reset time") e coerentemente indicato con T_r .

5.1.2 La Scelta dei Parametri di un Controllore PID

La scelta delle costanti del regolatore PID va effettuata con cautela. In primo luogo, se in un problema di servocontrollo il *setpoint* (riferimento) viene variato bruscamente, come ad esempio nel caso in cui si utilizza come riferimento un'onda quadra, a causa dell'inerzia del sistema la variabile controllata non può seguire istantaneamente tale variazione e quindi il segnale errore presenta anch'esso una discontinuità. Per evitare che in tale circostanza l'azione derivativa risulti eccessiva, con conseguente logorio degli attuatori e del sistema, l'operatore di derivazione può essere applicato al solo segnale di retroazione. Nel caso di molti sistemi di controllo (ad esempio il pendolo inverso) tale provvedimento non è necessario, poiché la stessa azione di controllo è limitata.

In secondo luogo, la saturazione dell'azione di controllo, ovvero dell'uscita dell'attuatore, può introdurre problemi di *wind-up*. Infatti, se l'azione di controllo oltrepassa i limiti di saturazione, il sistema risulta controllato in maniera parziale ed il segnale errore, che in queste condizioni può essere piuttosto ampio, impiega un tempo abbastanza lungo per essere ricondotto a zero. Durante questo tempo l'azione integrale viene aumentata considerevolmente raggiungendo il suo valore massimo proprio quando l'errore è nullo, e richiede un certo tempo per annullarsi integrando valori negativi dell'errore, fornendo nel frattempo un contributo di segno opposto rispetto a quello richiesto per la stabilizzazione del sistema. Per evitare tale inconveniente si fa in modo che l'azione integrale non aumenti eccessivamente, imponendole un valore massimo.

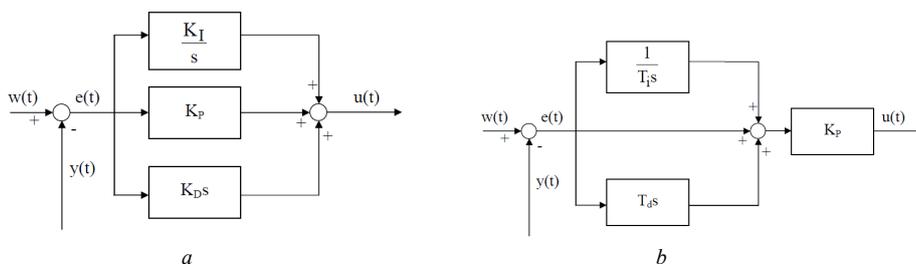


Figura 5.2: (a) Struttura di un controllore PID (forma polo-zero);
 (b) Struttura di un controllore PID (forma in costanti di tempo).

Utilizzando la notazione a blocchi della trasformata di Laplace le due possibili strutture di un controllore PID sono rappresentate nelle Figure 5.2a e 5.2b.

5.1.3 Taratura sperimentale di un Controllore PID

Quando si utilizza un controllore PID è necessario individuare il valore dei guadagni delle azioni proporzionale, integrale e derivativa, l'eventuale valore di saturazione anti wind-up dell'azione integrale e l'eventuale valore massimo dell'azione di controllo.

Per quanto riguarda il significato dei parametri di un regolatore PID, osserviamo che sia nei problemi di regolazione che di servocontrollo, l'incremento del guadagno proporzionale K_p provoca una riduzione dell'errore asintotico di posizione; teoricamente l'errore asintotico di posizione tende a zero se K_p tende all'infinito. In pratica però valori alti del guadagno generano problemi di instabilità e di amplificazione del rumore di misura. Inoltre, l'azione integrale peggiora sia la stabilità che la dinamica del sistema, ma annulla l'errore asintotico di posizione quando il *setpoint* subisce una variazione a gradino. Infine, l'azione derivativa non influenza l'errore asintotico, ma migliora la stabilità ed il comportamento dinamico.

Il metodo di Ziegler e Nichols

Benché l'impiego di controllori ad azione proporzionale, integrale e derivativa sia documentato in letteratura fin dagli anni '20, fu solo grazie ai metodi concepiti, sviluppati e resi pubblici in un celebre articolo del 1942 da J. G. Ziegler e N. B. Nichols che essi assunsero un ruolo sempre più rilevante e sistematico nella realtà industriale di tutti i paesi tecnologicamente avanzati. Per questa ragione, verrà qui sommariamente descritto un metodo ad anello chiuso (a controllo proporzionale, critico) proposto in quell'articolo, che costituisce tuttora un valido termine di confronto e che ha dato vita, nei decenni scorsi, ad un gran numero di modifiche, adattamenti e varianti con esiti interessanti per ambiti applicativi particolari, ma non così rivoluzionari da rendere obsoleta la proposta originaria.

Metodo dell'oscillazione periodica limite

Questo metodo, certamente il più noto (e il più imitato) dei metodi di Ziegler e Nichols, tanto da essere a volte semplicemente indicato come “metodo di Ziegler e Nichols” per antonomasia, richiede di determinare sperimentalmente, in via preliminare e facendo uso del controllore (azione proporzionale) il valore di due parametri che indicheremo nel seguito con K_c e T_c e chiameremo, rispettivamente, *guadagno critico* (“ultimate gain”) e *periodo critico* (“ultimate period”).

La determinazione sperimentale di K_c e T_c può essere effettuata eseguendo la sequenza di operazioni qui sommariamente descritta.

- a) Escludere le tre azioni del controllore (“ $K_p = 0$, $T_d = 0$, $T_i \rightarrow \infty$ ”) e connetterlo fisicamente al sistema sotto controllo (Figura 5.3), curando di evitare inutili sollecitazioni del sistema stesso (“bumpless connection”).

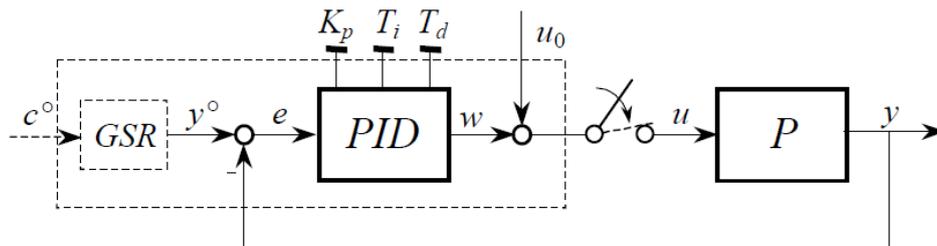


Figura 5.3: Connessione (prudente) del PID al sistema sotto controllo.

- b) Fissare c° (y°) e portare (lentamente) y al valore desiderato ($e = 0$), agendo su u_0 .
- c) Aumentare progressivamente K_p (riattivando così la sola azione proporzionale) fintantoché una piccola perturbazione, ad esempio della variabile di riferimento: $\delta y^\circ(t) = Y^\circ \text{sca}(t)$, provochi nelle variabili del sistema l'insorgere di un'oscillazione permanente; un'oscillazione, cioè, la cui ampiezza non aumenti né diminuisca nel tempo.

In Figura 5.4 è mostrata una tipica successione di andamenti della variabile y prodotta dal progressivo aumento di K_p fino al raggiungimento del *limite di stabilità*. Il guadagno critico K_c è quel valore di K_p in corrispondenza del quale la risposta $y(\cdot)$ tende asintoticamente ad assumere un andamento *periodico*. Il periodo T_c di questa oscillazione limite è il cosiddetto periodo critico.

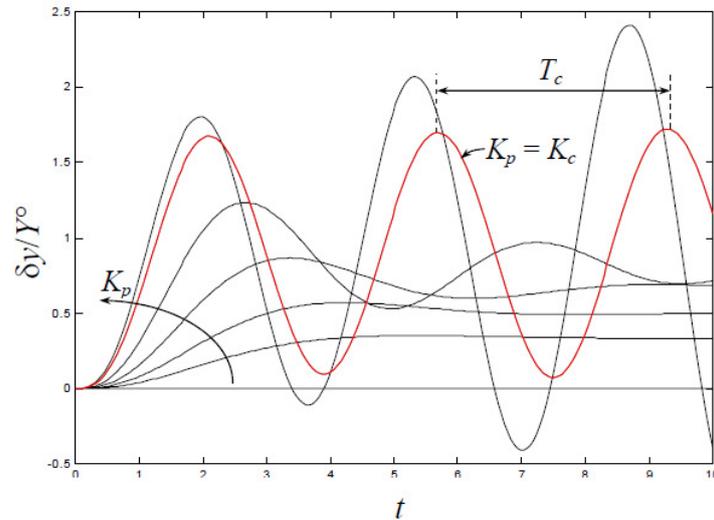


Figura 5.4: Tipica successione delle risposte a scalino del sistema di Fig. 5.3, al variare di K_p .

- d) Determinare valori di prima approssimazione per i parametri del controllore, avvalendosi delle formule riportate in tabella.

Controllore	K_P	T_i	T_d
P	$0.5 K_c$		
PI	$0.4 K_c$	$0.8 T_c$	
PID	$0.6 K_c$	$0.5 T_c$	$0.125 T_c$

Tabella 5.1: Tarature suggerite da Ziegler e Nichols per i controllori PID.

Queste sono le tarature suggerite da Ziegler e Nichols. Nel corso degli anni ne sono state proposte altre da vari autori o aziende costruttrici; ad esempio, nel caso di controllori *PID*: $K_p = 0.33 K_c$, $T_i = 0.5 T_c$, $T_d = 0.33 T_c$. Ogni taratura può dimostrarsi migliore di altre in particolari situazioni, ma nessuna in tutte le circostanze possibili, ovvero per tutti gli eventi possibili di tutti i possibili sistemi sotto controllo. Le regole di Ziegler e Nichols godono tuttora, in ambito professionale, di un'ampia considerazione. Quasi sempre le prestazioni ottenute ad una prima taratura sono mediocri (sovravelongazione superiore al 30%, tempo di risposta relativamente elevato) ed è utile, se non necessaria, una fase di *messa a punto finale*.²⁵

5.2 Teoria del controllo ottimo e controllore LQR

Il controllore LQR, dall'inglese *Linear Quadratic Regulator*, fa parte degli algoritmi di controllo inseriti nell'ambito della teoria del controllo ottimo.

Fanno parte di questa categoria quei controllori in grado di stabilizzare un sistema dinamico minimizzando una particolare cifra di merito, dipendente dallo stato del sistema e dal vettore degli ingressi.

Dato un generico sistema lineare tempo invariante in forma matriciale,

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (5.2)$$

il controllore LQR permette di ottenere un controllo in retroazione ottimo rispetto ad una funzione di costo quadratica dello stato $x(t)$ e del controllo $u(t)$ ²⁶. Nella forma tempo continua ad orizzonte finito, la funzione di costo $J(x(t), u(t))$ è definita come:

$$J = \frac{1}{2} x^T(T)F(T)x(T) + \int_0^T (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (5.3)$$

in cui Q e F sono matrici simmetriche e semidefinite positive, mentre la matrice R è simmetrica e definita positiva.

La matrice Q (come anche R) definisce quanto sia il peso di ciascuna variabile di controllo all'interno della funzione costo. Ad esempio, una matrice del tipo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

da molta più priorità al contenimento del valore della seconda variabile di stato, pesata 100, rispetto alle altre due.

La legge di controllo che minimizza il valore della funzione costo è:

$$u = -Kx \quad (5.4)$$

in cui K è data da:

$$K = R^{-1}B^T P(t) \quad (5.5)$$

e P viene ricavata mediante la soluzione dell'equazione di Riccati

$$A^T P(t) + P(t)A - P(t)BR^{-1}B^T P(t) + Q = -\dot{P}(t) \quad (5.6)$$

Nel caso del controllo della stabilità di un pendolo inverso il controllore LQR riceve in ingresso quattro variabili di stato: l'angolo del telaio rispetto alla verticale, la velocità angolare, la posizione rispetto ad un riferimento e la velocità di spostamento. La variabile di controllo è la coppia richiesta ai motori al fine di raggiungere il setpoint imposto.

5.3 Controllo Fuzzy.

La teoria degli insiemi fuzzy dell'iraniano Lofti Zadeh, anche nota come logica fuzzy o logica sfumata o logica sfocata, è, a differenza degli altri sistemi di controllo presentati, un sistema logico molto più vicino allo spirito del pensiero umano e al linguaggio naturale. Essa ha permesso di formalizzare il ragionamento umano attraverso l'uso del ragionamento approssimato, fornendo un valido strumento per modellare e esprimere in maniera rigorosa la natura approssimata, inesatta, del mondo reale.

L'idea di generalizzare l'esperienza umana, applicata al controllo automatico dei sistemi, ha dato luogo al controllo fuzzy, che contempla l'uso di regole linguistiche con predicati vaghi ("grande", "medio", "piccolo") basate sulle conoscenze degli esperti, dette algoritmi linguistici di controllo, al fine di formulare azioni di controllo del tipo *if-then*.

Dall'uso di tali algoritmi deriva proprio ciò che rende il controllo fuzzy speciale e concettualmente diverso dal controllo convenzionale, ovvero la mancanza di descrizioni analitiche.

Un esempio di possibile controllo fuzzy²⁷ per ottenere l'equilibrio di un pendolo inverso è descritto dalla matrice in Figura 5.5b che si legge da sinistra verso destra e dall'altro verso il basso come segue:

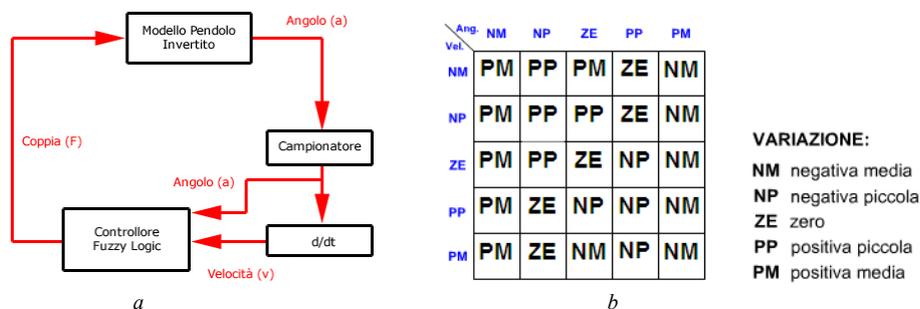


Figura 5.5: (a) Schema a blocchi del controllo fuzzy; (b) Matrice delle regole fuzzy.

- SE l'inclinazione è "media" e "negativa" (NM) E la velocità è "media" e "negativa" (NM) ALLORA applica sulle ruote una coppia "media" e "positiva" (PM).
- SE l'inclinazione è "poca" e "negativa" (NP) E la velocità è "media" e "negativa" (NM) ALLORA applica sulle ruote una coppia "piccola" e "positiva"(PP).
- SE l'inclinazione è "nulla" (ZE) E la velocità è "media" e "negativa" (NM) ALLORA applica sulle ruote una coppia "media" e "positiva"(PM).
- SE l'inclinazione è "poca" e "positiva" (PP) E la velocità è "media" e "negativa" (NM) ALLORA applica sulle ruote una coppia "nulla" (ZE).
- SE l'inclinazione è "media" e "positiva" (PP) E la velocità è "media" e "negativa" (NM) ALLORA applica sulle ruote una coppia "media" e "negativa" (NM).
- SE l'inclinazione è "media" e "negativa" (NM) E la velocità è "poca" e "negativa" (NP) ALLORA applica sulle ruote una coppia "media" e "positiva" (PM).
- SE l'inclinazione è "poca" e "negativa" (NP) E la velocità è "poca" e "negativa" (NP) ALLORA applica sulle ruote una coppia "piccola" e "positiva"(PP).
- ...

5.3.1 Struttura di un controllore fuzzy

Il controllore fuzzy, come mostrato in Figura 5.6 si basa su tre blocchi principali:

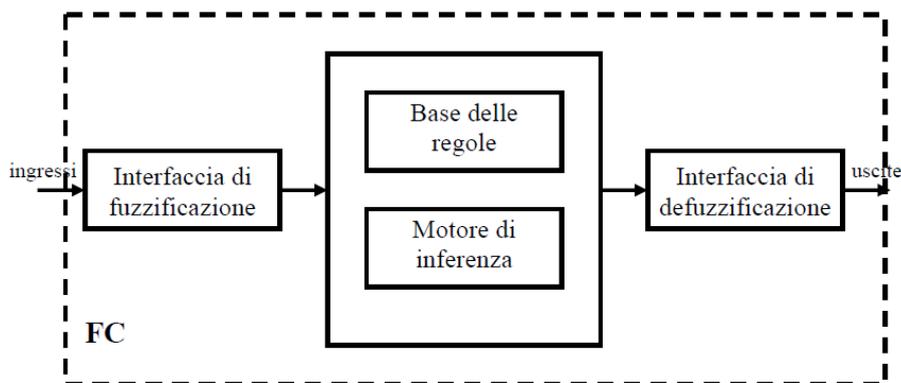


Figura 5.6: Struttura di un controllore fuzzy.

- 1) L'interfaccia di fuzzificazione, che ha il compito di convertire i valori in ingresso (che nell'esempio del pendolo inverso sopra riportato sono angolo e velocità) in valori linguistici elaborabili dal controllore;
- 2) Il motore di inferenza, che associa ai vari input linguistici la regola "if - then" appropriata, e quindi genera l'azione corretta da intraprendere per il raggiungimento graduale del fine desiderato;
- 3) L'interfaccia di defuzzificazione, che converte i valori linguistici di comando nella forma fisica più consona al caso.

5.3.2 Vantaggi, svantaggi

L'automatica dispone di una larga famiglia di metodi per sintetizzare la legge di controllo nel caso si disponga di un modello sufficientemente preciso del sistema sotto controllo (*plant*), costituito generalmente da un sistema di equazioni differenziali che mette in relazione le uscite agli ingressi, soprattutto nel caso in cui tale modello sia lineare: ad esempio, è questo il caso dei regolatori PID precedentemente descritti. Per quanto riguarda i sistemi non lineari, la loro risoluzione necessita l'utilizzo di strumenti matematici di alto livello, inoltre l'efficacia della legge di controllo dipende dalla natura delle non linearità e dalla dimensione dei problemi. Spesso si utilizzano comunque anche per sistemi non lineari dei regolatori lineari, che per loro natura non sempre sono adatti a controllare *plant* con modelli complessi come quelli che esibiscono forti non linearità.

Nei casi in cui il modello sia non lineare e comunque molto complesso, oppure non si disponga affatto di un modello del sistema, ma un controllo del processo sia realizzato da un operatore umano, può essere utile applicare un controllo fuzzy.

In questi casi si sintetizza la legge di controllo codificando le conoscenze degli esperti che controllano il problema (operatori, piloti ecc.): l'uso di un codice fuzzy permette di rappresentare il carattere graduale e sfumato di tali conoscenze ed è quindi particolarmente adatto a queste situazioni. Così, questo modo di operare porta a modellare, in un certo senso, il comportamento dell'operatore più che il sistema da controllare. Ciò porta ad una notevole trasparenza dell'algoritmo di controllo, che risulta facilmente comprensibile a operatori e utenti.

I sistemi di controllo fuzzy presentano inoltre delle proprietà di adattatività e eventualmente evolutività della legge di controllo, e possono dunque essere generalizzati per la trattazione di problemi più complessi. È utile ad esempio integrare i sistemi fuzzy con le tecniche neurali in modo da realizzare sistemi ibridi: l'uso delle reti neurali permette infatti di dotare il sistema fuzzy di capacità di apprendimento automatico. Se poi si affiancano anche gli algoritmi genetici (metodi euristico di ricerca ed ottimizzazione, ispirati al principio della selezione naturale di Charles Darwin che regola l'evoluzione biologica), si possono raffinare, anche se con un pesante carico computazionale, le regole e i parametri del controllore.

Sebbene la robustezza dei controllori fuzzy debba ancora essere rigorosamente dimostrata, essa è messa in evidenza sperimentalmente e spesso constatata in letteratura. Si tratta di una robustezza alle perturbazioni tanto interne quanto esterne (variazione delle costanti, del guadagno, dinamiche trascurate, perturbazioni sui segnali di ingresso o di uscita).

Il controllo fuzzy presenta comunque anche dei limiti.

Come per tutte le tecniche dell'intelligenza artificiale, il successo dell'approccio fuzzy dipende dalla fase di acquisizione delle conoscenze: le regole fuzzy devono essere fornite da esperti. Tuttavia una macchina di progettazione radicalmente nuova ha un comportamento non completamente noto, quindi l'acquisizione delle conoscenze va realizzata, oltre che con l'esperienza, anche con opportune sperimentazioni e simulazioni. Anche a questo proposito è utile integrare i sistemi fuzzy con tecniche di ottimizzazione quali ad esempio gli algoritmi genetici.

Un altro limite è l'assenza di risultati sufficientemente "forti" sulla taratura dei controllori fuzzy, nonché sulla stabilità dei sistemi dinamici retroazionati che utilizzano tali controllori. In queste due direzioni è volta la ricerca recente della letteratura del settore.

Inoltre, sempre a causa del fatto che questi controllori sono sistemi a base di conoscenza, essi non forniscono risultati di grande precisione, per cui sono adatti alla risoluzione di problemi che presentano margini di incertezza e non lo sono per problematiche che richiedono una grande precisione. Occorre comunque rilevare che in molti problemi pratici la ricerca di soluzioni precise è costosa, illusoria e spesso inutile.

5.3.3 Applicazioni

Data la loro semplicità, l'affidabilità, il basso costo e le caratteristiche di precisione limitata, i sistemi fuzzy si sono affermati per applicazioni di massa relativamente semplici come il controllo di automobili, elettrodomestici, processi industriali, impianti civili. In tali applicazioni i sistemi fuzzy sono concorrenti temibili dei sistemi di controllo tradizionali, soprattutto se affiancati da reti neurali per l'apprendimento delle regole e da metodi genetici per il raffinamento delle stesse, realizzando così dei sistemi ibridi. Per citare alcuni esempi, la Canon e la Sanyo impiegano entrambe un sistema fuzzy per la regolazione automatica della messa a fuoco nelle videocamere; la Mitsubishi ha realizzato un sistema fuzzy per il controllo automatico del condizionamento di grandi edifici; la Hitachi ha realizzato un sistema fuzzy per il controllo automatico dei treni della metropolitana di Sendai in Giappone. Sono anche disponibili in commercio elettrodomestici come forni a microonde, aspirapolvere, lavatrici, frigoriferi, lavastoviglie ecc., contenenti sistemi di controllo fuzzy. Infine, la Nissan ha brevettato sistemi fuzzy automatici per varie applicazioni automobilistiche (trasmissione automatica, frenatura ABS, apparati di iniezione).

Notiamo comunque che, anche se i sistemi fuzzy sono attualmente utilizzati in prevalenza per applicazioni di massa, essi sono applicabili anche ad alcuni sistemi complessi: tra le applicazioni di successo realizzate in passato citiamo per esempio i processi industriali di trattamento delle acque inquinate, nonché alcune applicazioni spettacolari come il controllo della navetta spaziale americana e quello del modello di elicottero controllato presso l'Istituto di Tecnologia di Tokyo mediante comandi vocali del tipo "sali" o "atterra", che consentono l'esecuzione di manovre che sarebbero difficili anche per piloti umani.²⁸

Studio del controllore

Tra i vari controllori citati è stato scelto per semplicità realizzativa di far uso, quando possibile, dei controllori PID ampiamente studiati durante il corso di Laurea.

L'idea iniziale era di porre due controllori in cascata, il primo, più interno, per il controllo d'angolo, e il secondo, più esterno, per il controllo di velocità; ma successivamente si è deciso di dividere il controllo sull'inclinazione in due PID, o meglio in un PI e in un PID, per i motivi e con la metodologia descritta nei sottocapitoli seguenti.

Lo schema a blocchi dell'intero sistema di controllo è mostrato in Figura 5.7:

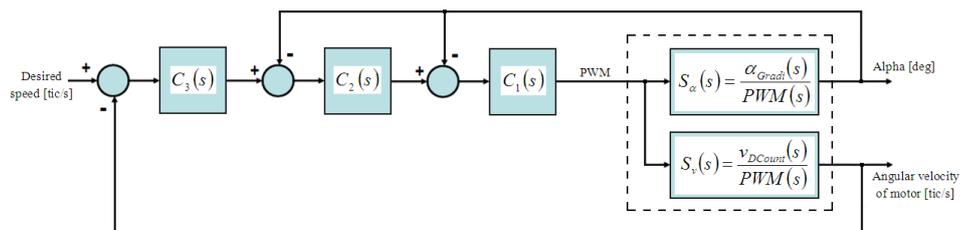


Figura 5.7: Schema di controllo del robot.

5.4 Controllo d'angolo

Riscrivendo la funzione di trasferimento (4.48) dell'angolo in forma di guadagno/zeri/poli si nota come la causa di instabilità del pendolo inverso sia da attribuirsi alla presenza di un polo a parte reale positiva.

$$S_{\alpha}(s) = \frac{\alpha_{Gradi}(s)}{PWM(s)} = -0.2184 \frac{s}{(s + 11.85)(s + 2.76)(s - 3.098)} \quad (5.7)$$

In Figura 5.8 è riportato il luogo delle radici di $S_{\alpha}(s)$ per sottolineare il legame tra l'instabilità e il polo che la genera.

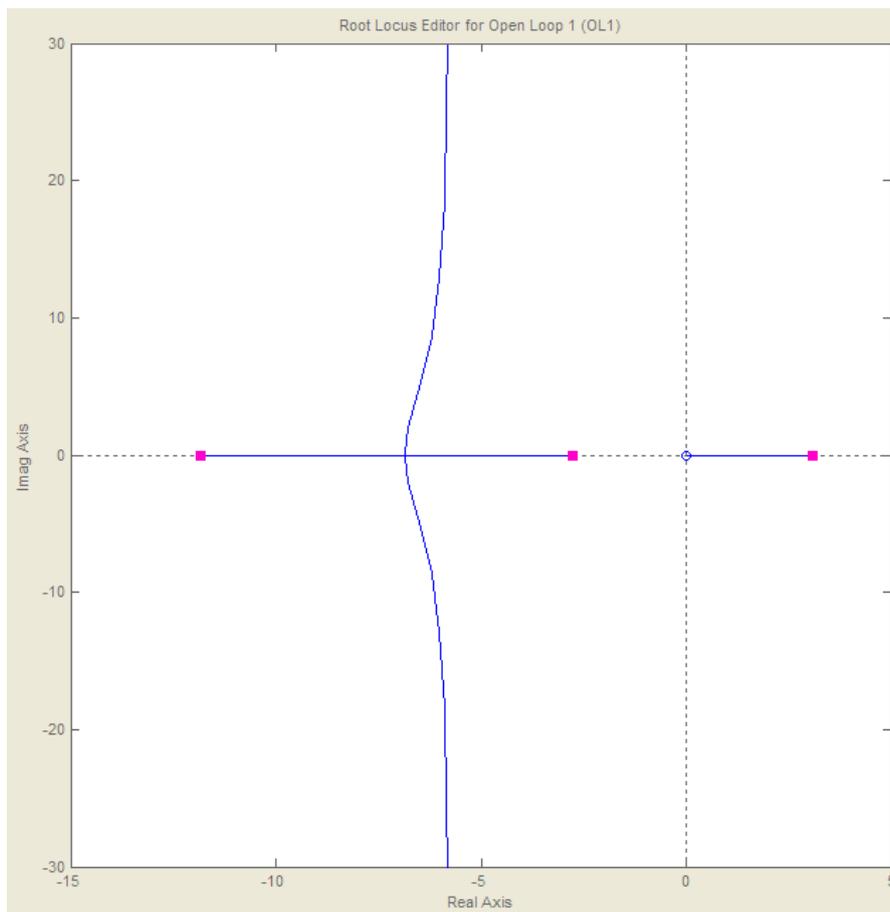


Figura 5.8: Luogo delle radici di $S_{\alpha}(s)$ che mostra il legame tra l'instabilità dell'angolo con il polo a parte reale positiva.

Quando il sistema da controllare è instabile per la presenza di poli a parte reale positiva, non è possibile utilizzare i metodi di sintesi in frequenza basati sul criterio di Bode. In questi casi il progetto del regolatore può essere effettuato per mezzo del criterio di Nyquist, tramite il metodo del luogo delle radici o mediante il metodo dell'assegnamento degli autovalori. Tuttavia, la definizione delle specifiche risulta spesso poco agevole in quanto i requisiti sulla velocità di

risposta, sulla limitatezza delle sovraelongazioni e sulla robustezza non sono più direttamente legati a indicatori sintetici come il margine di fase o di guadagno e la pulsazione critica.

Per ricondursi alle tecniche di sintesi in frequenza, è allora conveniente ricorrere allo schema di controllo di Figura 5.9, in cui il regolatore $C_1(s)$ viene progettato con lo scopo principale di stabilizzare l'anello interno con funzione d'anello $L_1(s) = C_1(s)S_\alpha(s)$, e il regolatore $C_2(s)$ è successivamente determinato con riferimento alla funzione di sensitività complementare dell'anello interno

$$F_1(s) = \frac{L_1(s)}{1 + L_1(s)} = \frac{C_1(s)S_\alpha(s)}{1 + C_1(s)S_\alpha(s)} \quad (5.8)$$

per soddisfare i consueti requisiti sull'errore a transitorio esaurito, sulla pulsazione critica e sul margine di fase.²⁹

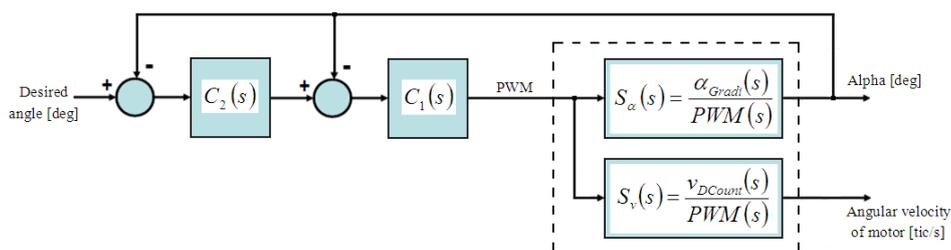


Figura 5.9: Schema di controllo di sistemi instabili.

In generale l'obiettivo desiderato è quello di realizzare un buon controllore per il controllo d'angolo, che tradotto in requisiti da soddisfare significa:

- errore a regime nullo, $e(\infty) = 0$, con ingresso a scalino
- $\omega_c \geq 15 \text{ rad/s} = 2,39 \text{ Hz}$
- $\varphi_m \geq 45^\circ$

5.4.1 Controllore 1 – stabilizzazione del pendolo

Il progetto di $C_1(s)$ può essere effettuato con il metodo del luogo delle radici. Con questa tecnica è immediato verificare che non è possibile stabilizzare l'anello interno con un regolatore puramente proporzionale $C_1(s) = k_1$ (si veda il luogo di Figura 8.2), ma è necessario intervenire mediante cancellazione di poli e zeri. Un controllore PI che può ritenersi idoneo al caso è:

$$C_1(s) = k_1 \frac{(s + 2.76)}{s}$$
$$\Rightarrow L_1(s) = -0.21884k_1 \frac{1}{(s + 11.85)(s - 3.098)} = \rho \frac{1}{(s + 11.85)(s - 3.098)}$$

che modifica come segue il luogo delle radici:

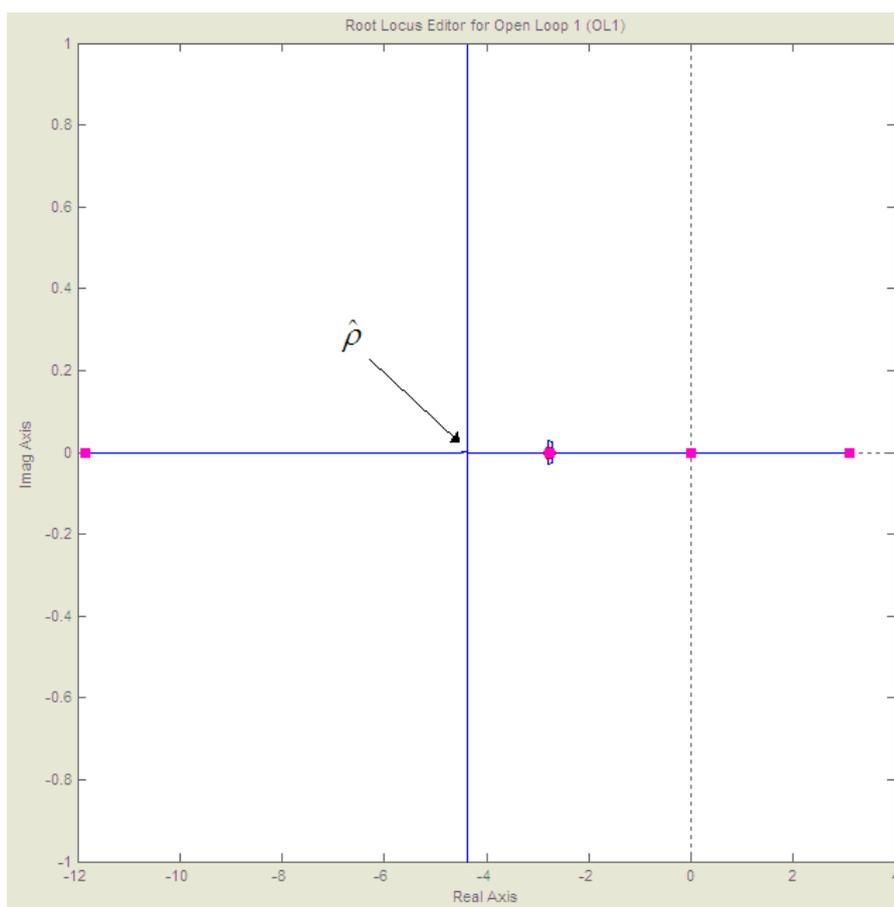


Figura 5.10: Luogo delle radici di $C_1(s)L_1(s)$ al variare di ρ .

La soluzione ottima è quella che porta ad avere due poli coincidenti in $\hat{\rho}$ (situazione di ipersmorzamento).

$$\Rightarrow C_1(s) = -255.77 \frac{(s + 2.76)}{s}$$

$$L_1(s) = 55.86 \frac{1}{(s + 11.85)(s - 3.098)}$$

5.4.2 Controllore 2 – ottenimento delle prestazioni

Essendo, grazie al controllore $C_1(s)$, tutti i poli di $F_1(s)$ a parte reale positiva è possibile studiare il problema con le leggi classiche del controllo basate sui diagrammi di Bode del modulo e della fase.

$$\begin{aligned} F_1(s) &= \frac{L_1(s)}{1 + L_1(s)} = 55.86 \frac{1}{(s + 4.376)^2} \\ &= 2.92 \frac{1}{(1 + 0.229s)^2} \end{aligned}$$

Con riferimento al sistema con funzione d'anello $L_2(s) = C_2(s)F_1(s)$ per soddisfare i requisiti sull'errore a transitorio esaurito, sulla pulsazione critica e sul margine di fase è stato scelto il regolatore PID (ideale) seguente:

$$C_2(s) = \frac{\mu_{R2}}{s} (1 + 0.229s)^2$$

$$\Rightarrow L_2(s) = 2.92 \frac{\mu_{R2}}{s}$$

Quando la pendenza del diagramma di Bode del modulo decresce in modo costante con una pendenza di -20dB/decade fino ad intersecare l'asse delle

ascisse, come nel caso in esame, la ω critica corrisponde con buona approssimazione al guadagno della funzione d'anello, quindi:

$$\omega_c \approx 2.92\mu_{R2}$$

$$\omega_c \geq \omega_{c\text{imposta}}$$

$$\Rightarrow \mu_{R2} \geq \frac{\omega_{c\text{imposta}}}{2.92} \approx 5.14$$

Scegliendo per sicurezza $\mu_{R2} \approx 7$ si ottiene:

$$C_2(s) = \frac{7}{s}(1 + 0.229s)^2$$

Il legame che un controllore PID ideale impone fra l'errore e la variabile di controllo, pur essendo lineare, non corrisponde a un sistema causale, per la presenza di un "derivatore ideale". Un sistema è causale se il valore dell'uscita ad ogni istante t è del tutto indipendente dall'andamento dell'ingresso in istanti successivi a t . E' evidente che tutti i sistemi fisici sono causali. Per questo motivo, i modelli matematici non causali sono anche detti "non fisicamente realizzabili". Una breve riflessione consente di riconoscere che un derivatore ideale non è causale; quindi, non è "fisicamente realizzabile". Per assicurare la causalità ("fisica realizzabilità") del controllore è tuttavia sufficiente aggiungere un'ulteriore (piccola) costante di tempo al denominatore che non alteri in modo significativo le prestazioni del sistema di controllo.

Viene quindi introdotto un polo in alta frequenza a circa 2 decadi di distanza dalla ω_c .

$$\begin{aligned} C_2(s) &= \frac{7(1 + 0.229s)^2}{s(1 + 0.0005s)} \\ &= 731.09 \frac{(s + 4.376)^2}{s(s + 2000)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow L_2(s) = \frac{20.42}{s(1 + 0.0005s)}$$

Il diagramma di Bode di $L_2(s)$, mostra la pulsazione critica e il margine di fase ottenuti, pari rispettivamente a 20.4 rad/s (3,25 Hertz) e 89.4°.

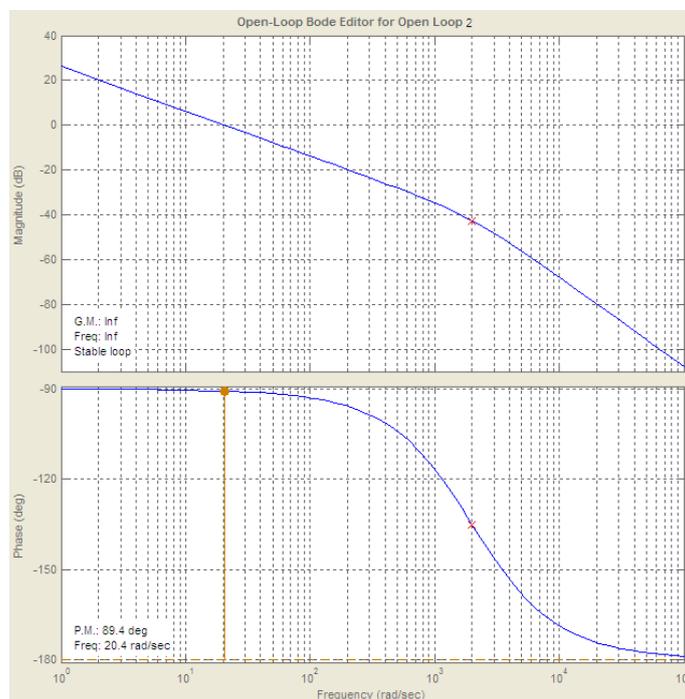


Figura 5.11: Diagramma di Bode della risposta in frequenza di $L_2(s)$.

5.5 Test 1 – Simulazione dei controllori d'angolo

Il grafico seguente mostra la risposta del sistema sollecitato da un ingresso a gradino unitario.

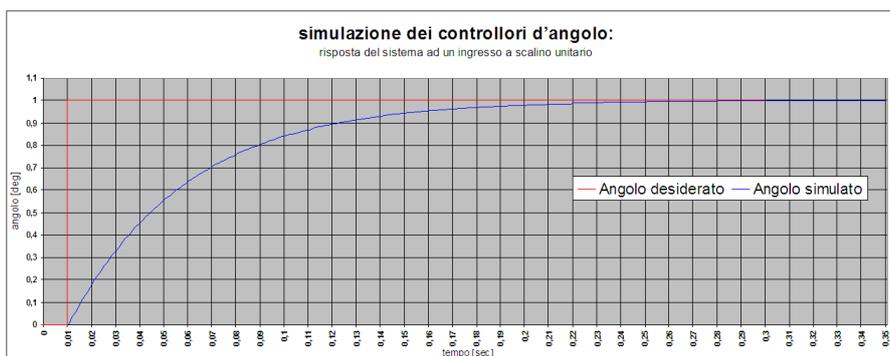


Figura 5.12: Risposta del sistema ad un ingresso a scalino unitario.

In cui il tempo di salita è $\approx 0.123 - 0.016 = 0.107$ sec e il tempo di assestamento è circa 0.3 sec.

5.6 Controllore 3 - Controllo di velocità

Ciò che in realtà vede il controllore di velocità è semplicemente $F_2(s)$, quindi per lo studio di $C_3(s)$ si fa riferimento al sistema di Figura 5.13.

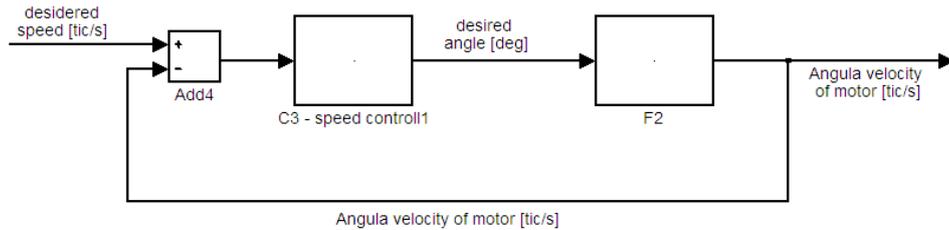


Figura 5.13: Sistema, asintoticamente equivalente a quello di Fig.5.7, usato per lo studio del controllore di velocità.

Dove:

$$\begin{aligned}
 F_2(s) &= \frac{L_2(s)}{(1 + L_2(s))S_\alpha(s)} S_v(s) = \frac{C_2(s)F_1(s)}{(1 + C_2(s)F_1(s))} S_v(s) \\
 &= \frac{C_2(s)C_1(s)S_v(s)}{1 + C_1(s)S_\alpha(s) + C_2(s)C_1(s)S_\alpha(s)} \\
 &= -2771826.94 \frac{(s + 2.967)(s - 2.967)}{s(s + 1979)(s + 20.61)}
 \end{aligned}$$

L'obiettivo desiderato è quello di realizzare un controllo di velocità soddisfacente, sono state quindi imposti i seguenti requisiti:

- errore a regime nullo, $e(\infty) = 0$, con ingresso a scalino
- $0.63 \text{ rad/s} \leq \omega_c \leq 2 \text{ rad/s}$, convertito in Hertz: $0,1 \text{ Hz} \leq \omega_c \leq 0,32 \text{ Hz}$
- $\varphi_m \geq 45^\circ$

5.6.1 Progetto statico

La precisione statica essenzialmente dipende dal tipo e dal guadagno (dalla “componente asintotica”) della funzione di trasferimento d’anello e in generale aumenta al crescere tanto dell’uno quanto dell’altro parametro. I requisiti riguardanti la precisione statica si traducono quindi nella determinazione dei valori minimi da attribuire al tipo e al guadagno della funzione di trasferimento d’anello. A questa fase del progetto, nella quale si sceglie senz’altro come tipo della funzione di trasferimento d’anello il valore minimo compatibile con le specifiche di precisione statica e come valore non riducibile del guadagno d’anello il valore minimo (maggiorato per ragioni di sicurezza del 20÷50%), si dà comunemente il nome di “progetto statico”.

$$\text{Ponendo: } \overline{C}_3(s) = \frac{\mu_{R3}}{s^g}$$

$$\text{risulta: } \overline{L}_3(s) = \overline{C}_3(s)\overline{F}_3(s) = 598.24 \frac{\mu_{R3}}{s^{g+1}}$$

Sotto le ipotesi di Bode, dev’essere: $\mu = 598.24\mu_{R3} > 0$ (condizione necessaria), di conseguenza dovrà essere $\mu_{R3} > 0$.

Limitandoci dunque alle sole componenti asintotiche (Figura 5.13), la trasformata di Laplace dell’errore effettivo a transitorio esaurito è data da:

$$\begin{aligned} E(s) &= \frac{1}{1 + \overline{L}_3(s)} v_{des}(s) \\ &= \frac{s^{g+1}}{s^{g+1} + 598.24\mu_{R3}} v_{des}(s) \end{aligned}$$

Ricordando che $v_{des}(s)$ è un gradino unitario e la sua trasformata di Laplace è $1/s$, la trasformata dell’errore effettivo a transitorio esaurito risulta:

$$E(s) = \frac{s^g}{s^{g+1} + 598.24\mu_{R3}}$$

pertanto:

$$e(\infty) := \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \frac{s^{g+1}}{s^{g+1} + 598.24\mu_{R3}} = 0 \text{ se } g \geq 0$$

Adottando per g il valore minimo compatibile con i requisiti “statici”, poniamo: $g = 0$

Quindi μ_{R3} può assumere un qualsiasi valore positivo, purché ragionevole.

$$\mu_{R3} = 0.005 \text{ (scelto in modo arbitrario)}$$

Questo conclude la fase di “progetto statico”, e il controllore realizzato è:

$$\overline{C}_3(s) = 0.005$$

5.6.2 Progetto dinamico

Si dà invece il nome di “progetto dinamico” a quella seconda fase nella quale si cerca innanzitutto di riformulare le eventuali specifiche di progetto non trattate nello studio “statico”, che non riguardino già direttamente la risposta in frequenza d’anello, in condizioni equivalenti che la risposta in frequenza d’anello, e in particolare il suo diagramma del modulo, dovranno rispettare. Il “progetto dinamico” procede quindi con la ricerca di una (per quanto possibile, semplice) risposta in frequenza d’anello che rispetti tutte le specifiche esplicitamente espresse. Se, come quasi sempre accade, sussistono ulteriori margini di scelta, si procede poi ad un raffinamento del progetto, in vista di obiettivi non ancora presi in considerazione o, addirittura, neppure esplicitamente presenti nella formulazione di massima del problema.

Se (come primo tentativo) si pone: $C_3(s) = \overline{C}_3(s) = 0.005$, si ottiene (Fig. 5.14):

$$L_3(s) = -138591 \frac{(s + 2.967)(s - 2.967)}{s(s + 1979)(s + 20.61)}$$

$$\omega_c = 13700 \text{ rad/s} \quad \varphi_m = -81.7^\circ \quad \text{guadagno } 9.6 \text{ dB}$$

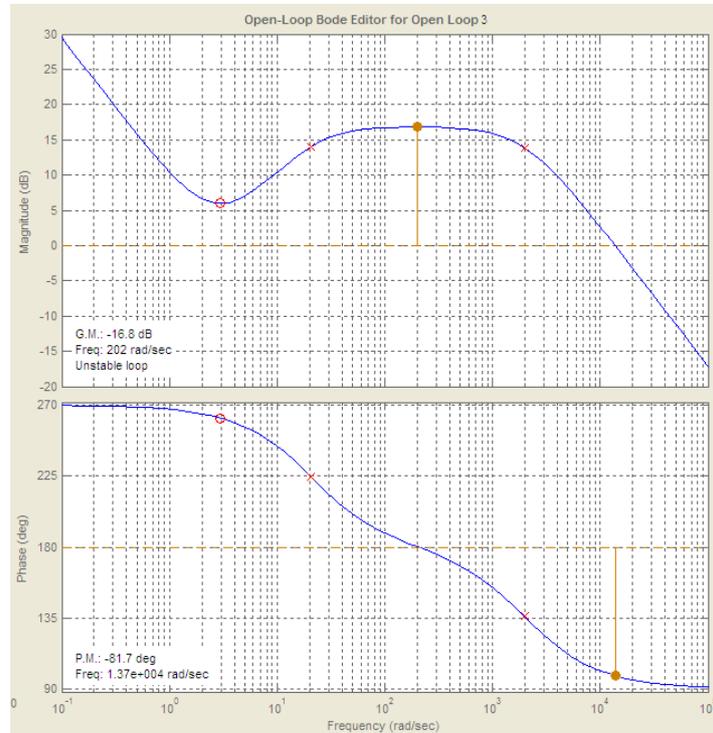


Figura 5.14: Diagramma di Bode della risposta in frequenza di $L_3(s)$.

Poiché il margine di fase è insufficiente, possiamo cercare di modificare il diagramma del modulo della risposta in frequenza d'anello in modo da far sì che il modulo del guadagno venga a tagliare l'asse delle ω con pendenza -20 dB/decade.

Con la riduzione del guadagno e l'aggiunta di una costante di tempo al denominatore, è possibile ottenere la stabilità e le prestazioni ricercate:

$$C_3(s) = 0.0050884 \frac{1}{(s + 2.967)} = 0.001715 \frac{1}{(1 + 0.337s)}$$

$$\Rightarrow L_3(s) = -14104.2 \frac{(s - 2.967)}{s(s + 1979)(s + 20.61)}$$

$$\omega_c = 1.09 \text{ rad/s} = 0.17 \text{ Hz} \quad \varphi_m = 66.7^\circ \quad \text{guadagno } 0.22 \text{ dB}$$

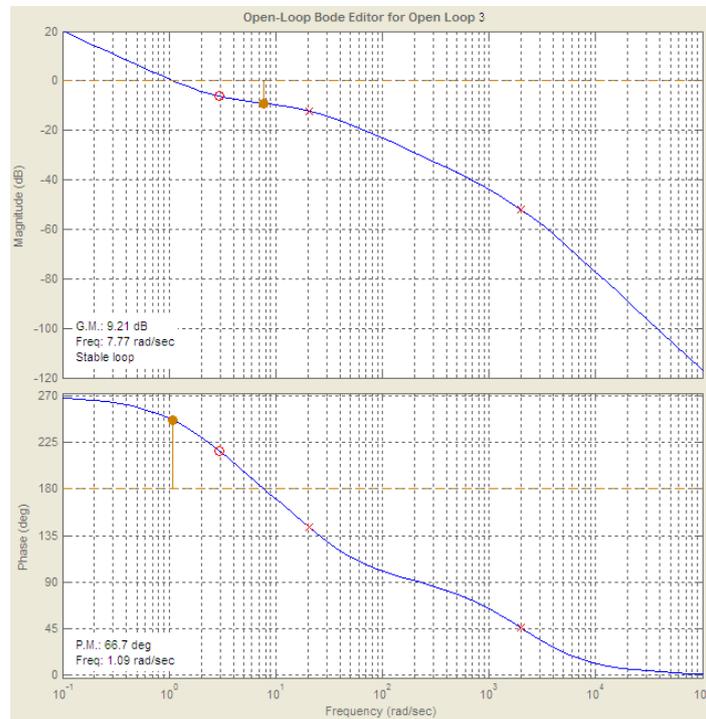


Figura 5.15: Diagramma di Bode di $L_3(s)$.

Ovviamente, aumentando o riducendo il guadagno è possibile ottenere un controllo più o meno “aggressivo” a discapito della stabilità, ovvero del margine di fase e di guadagno.

5.7 Test 2 – Simulazione del controllo di velocità

Il grafico seguente mostra la risposta del sistema sollecitato da un ingresso a gradino ($V_{Des} = 0.287$).

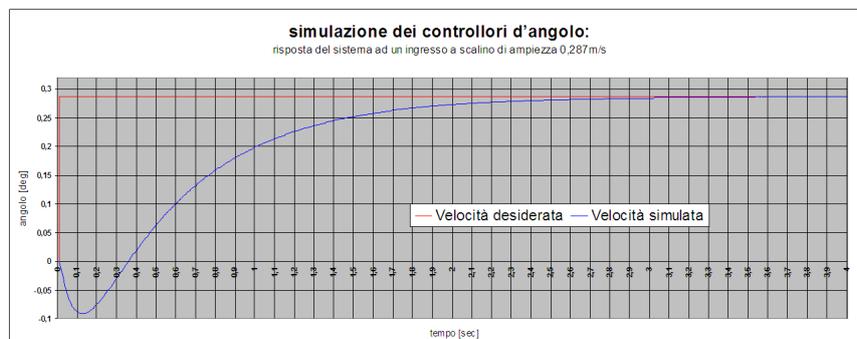


Figura 5.16: velocità con in ingresso una sollecitazione a gradino di ampiezza 1000 tic/s = 0.287 m/s.

In cui il tempo di salita è $\approx 1.6\text{sec}$, e il tempo di assestamento è inferiore a 4sec .

Mentre per quanto riguarda l'inclinazione si osserva uno sbilanciamento massimo di circa 1.38° .

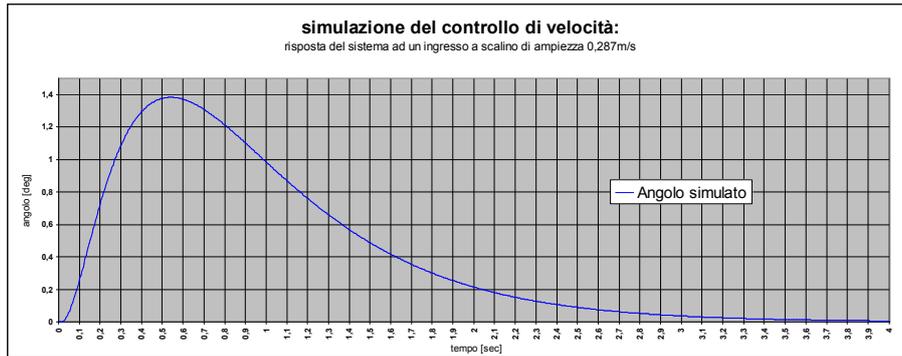


Figura 5.17: angolo (gradi) con in ingresso una sollecitazione a gradino di ampiezza $1000\text{ tic/s} = 0.287\text{ m/s}$.

Capitolo 6

Valutazione del controllore realizzato

Il seguente capitolo ha lo scopo di analizzare le prestazioni del controllore realizzato, non solo in assenza di agenti esterni, ma anche e soprattutto in presenza di disturbi di varia natura e intensità.

6.1 Equilibrio in assenza di perturbazioni esterne

I grafici seguenti mostrano la piccola oscillazione del carrello e del pendolo del robot quando gli è richiesto di seguire un profilo di velocità nullo in assenza di perturbazioni imposte dall'esterno.

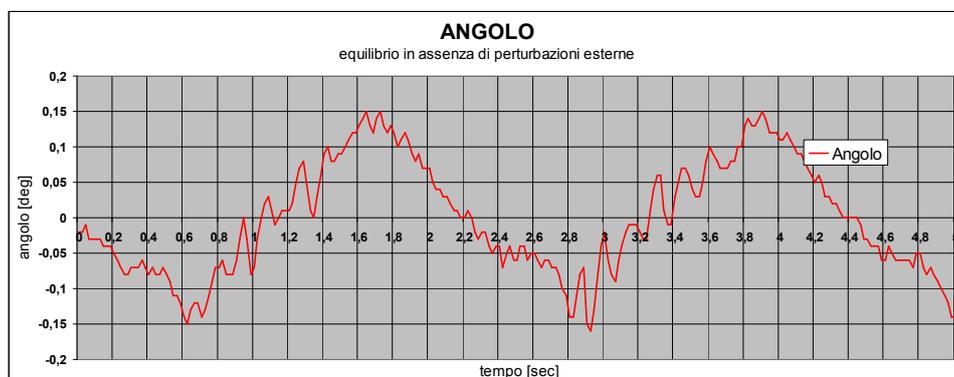


Figura 6.1: Angolo del pendolo misurato durante il funzionamento del robot in assenza di perturbazioni esterne e setpoint di velocità nullo.

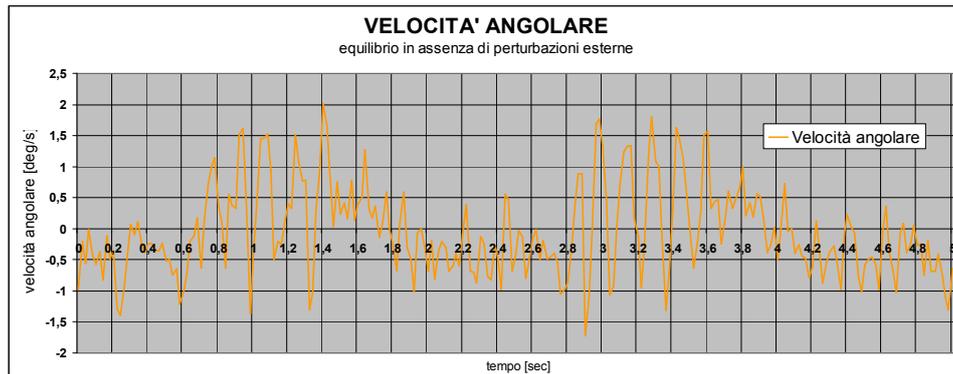


Figura 6.2: Velocità angolare del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in assenza di perturbazioni esterne e setpoint di velocità nullo.

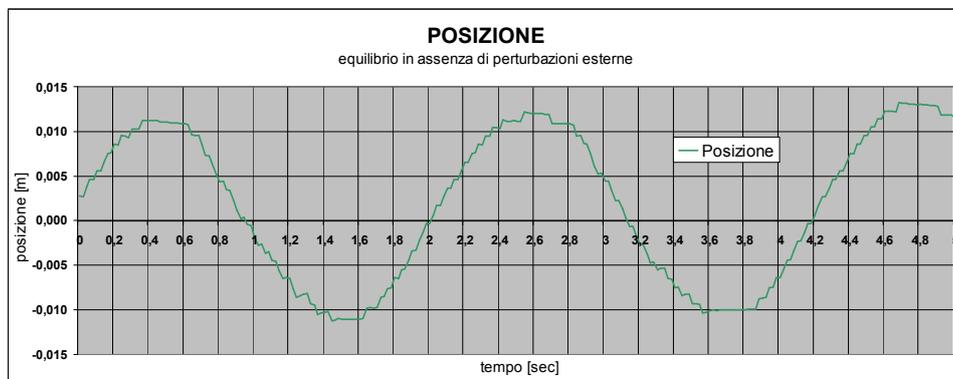


Figura 6.3: Posizione del carrello misurata durante il funzionamento del robot in assenza di perturbazioni esterne e setpoint di velocità nullo.

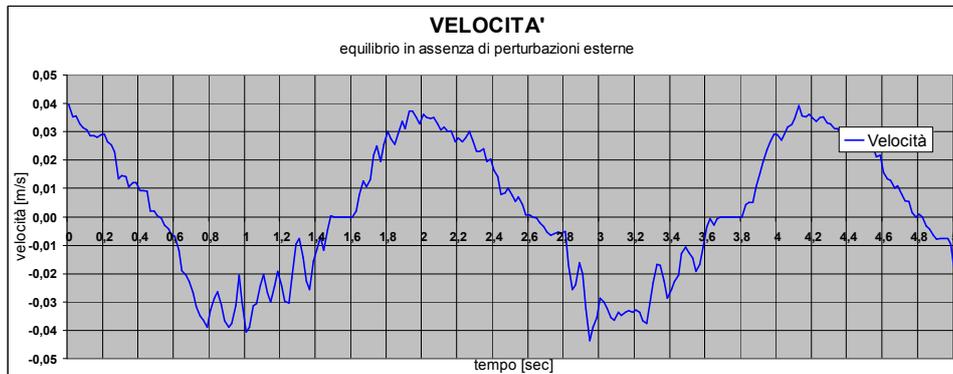


Figura 6.4: Velocità del carrello misurata durante il funzionamento del robot in assenza di perturbazioni esterne e setpoint di velocità nullo.

6.2 Equilibrio in presenza di perturbazioni esterne

Verranno riportati di seguito alcuni esperimenti in cui il robot, in equilibrio mentre segue un profilo di velocità nullo, viene sottoposto a perturbazioni esterne

che spaziano dai semplici disturbi additivi, quali una spinta o un piccolo calcio, a disturbi parametrici, quali la variazione del carico, o alla combinazione dei due.

6.2.1 Spinta moderata

Partendo da una condizione di equilibrio stabile è stata applicata una spinta che ha generato accelerazioni di $27^\circ/s$ e ha portato il robot ad inclinarsi di 1.3° .

In figura 6.5 si possono osservare alcuni fotogrammi del filmato girato durante la prova descritta.

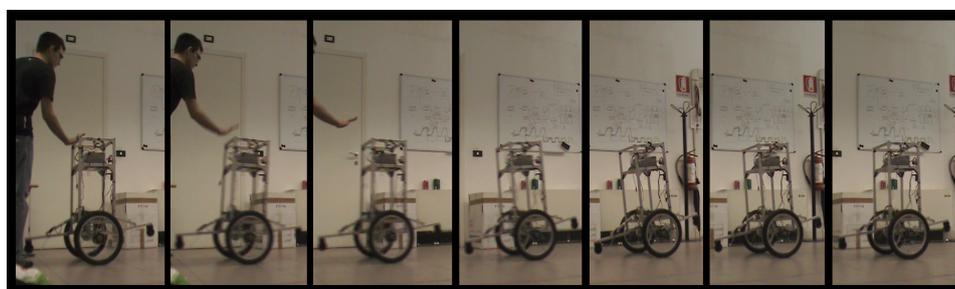


Figura 6.5: Fotogrammi del video girato durante la “prova di spinta moderata”.

Come si può notare dai grafici seguenti per recuperare tale disturbo sono stati necessari circa 6 secondi e uno spazio “di frenata” di 1.12 metri.

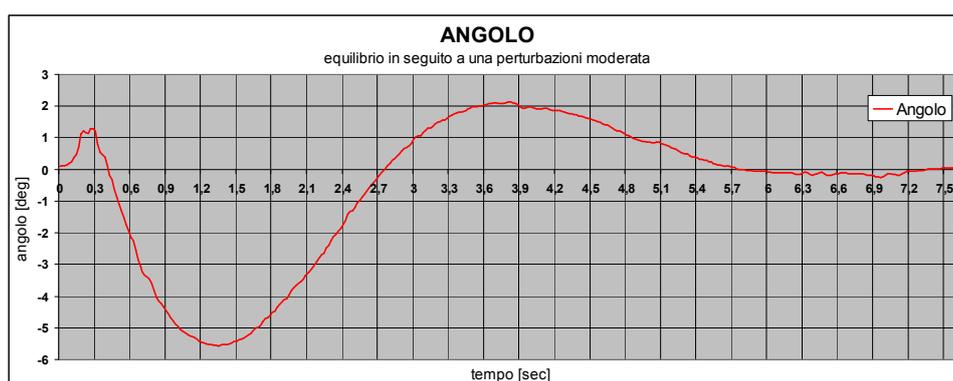


Figura 6.6: Angolo del pendolo misurato durante il funzionamento del robot in presenza di perturbazioni moderate esterne con setpoint di velocità nullo.

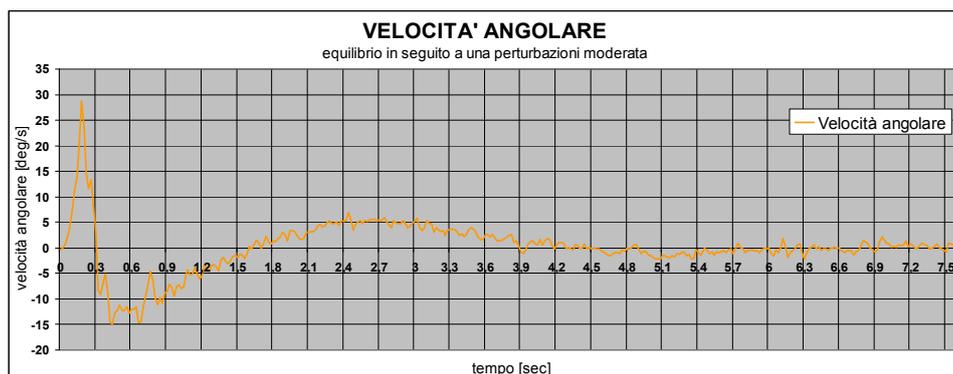


Figura 6.7: Velocità angolare del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in presenza di perturbazioni moderate esterne con setpoint di velocità nullo.

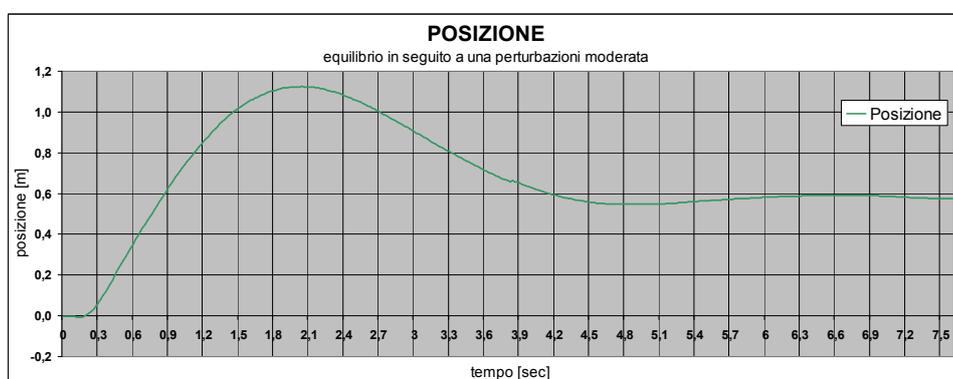


Figura 6.8: Posizione del carrello misurata durante il funzionamento del robot in presenza di perturbazioni moderate esterne con setpoint di velocità nullo.

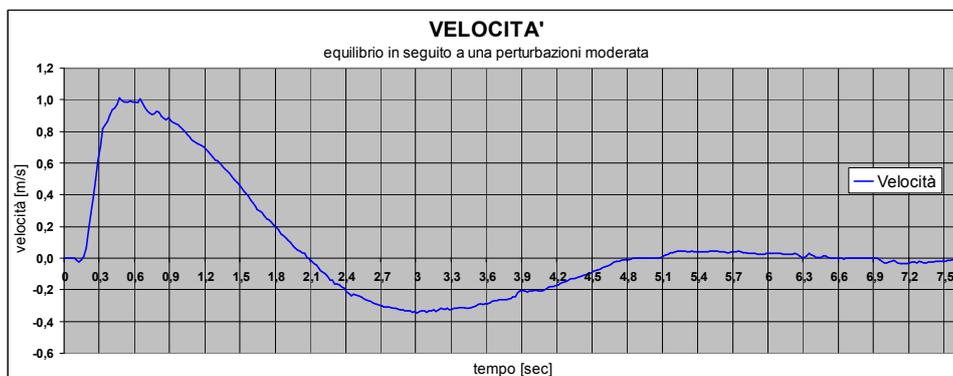


Figura 6.9: Velocità del carrello misurata durante il funzionamento del robot in presenza di perturbazioni moderate esterne con setpoint di velocità nullo.

6.2.2 Spinta considerevole

Le dinamiche di questo test rispecchiano quelle del test precedente, l'unica differenza è l'intensità maggiore della spinta esercitata sul robot. Le

perturbazioni introdotte hanno inclinato il pendolo di 2° e generato accelerazioni superiori ai $33^\circ/\text{s}$.

In Figura 6.10 si possono osservare in grande i primi fotogrammi del filmato girato durante la prova descritta e in piccolo l'intera sequenza.

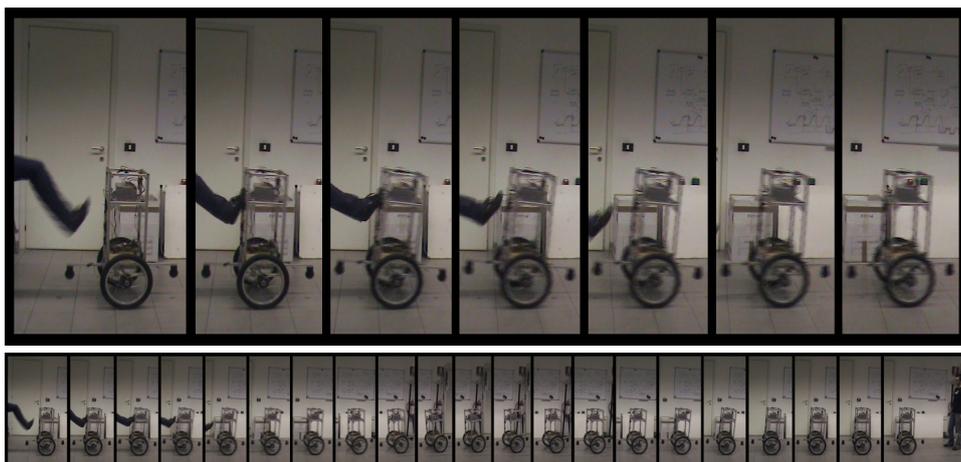


Figura 6.10: Fotogrammi del video girato durante la "prova di spinta considerevole".

Come si può notare dai grafici seguenti per recuperare ogni singolo disturbo sono stati necessari 9 secondi e uno spazio "di frenata" di 1.35 metri.

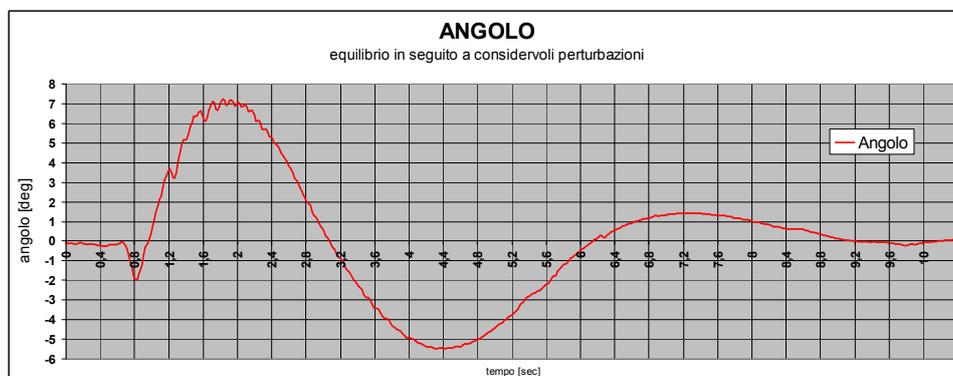


Figura 6.11: Inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in presenza di considerevoli perturbazioni esterne con setpoint di velocità nullo.

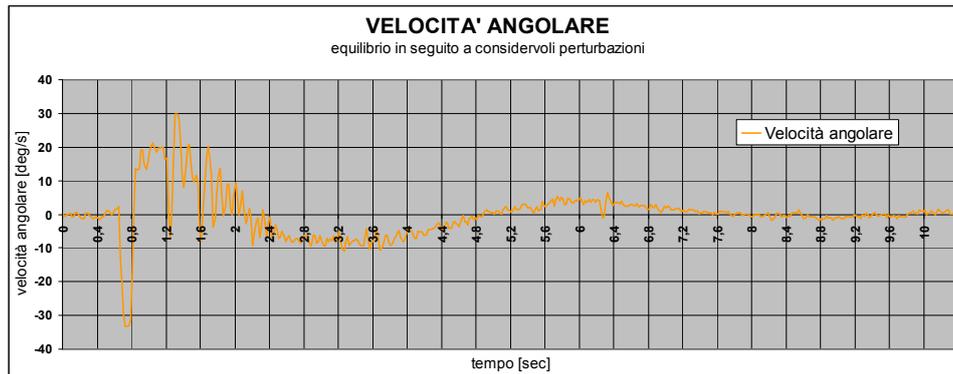


Figura 6.12: Accelerazione angolare del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in presenza di considerevoli perturbazioni esterne con setpoint di velocità nullo.

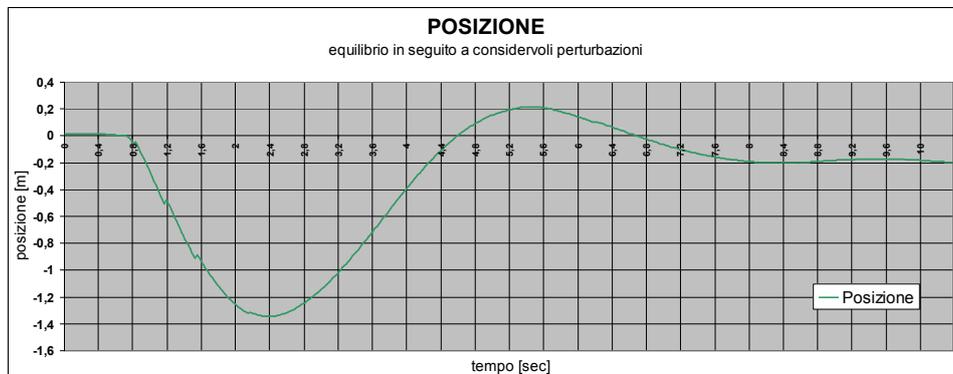


Figura 6.13: Posizione del carrello misurata durante il funzionamento del robot in presenza di considerevoli perturbazioni esterne con setpoint di velocità nullo.

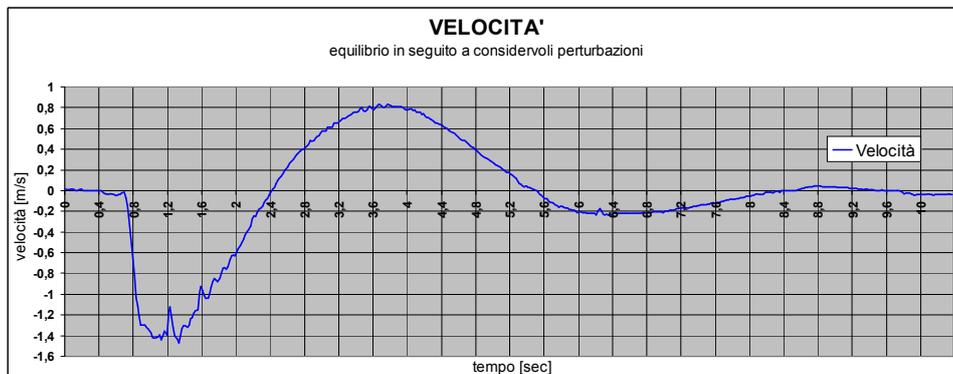


Figura 6.14: Velocità del carrello misurata durante il funzionamento del robot in presenza di considerevoli perturbazioni esterne con setpoint di velocità nullo.

6.2.3 Carico aggiuntivo

In questo test si è voluto verificare l'effetto causato dai disturbi parametrici, generati da una variazione del carico. È stato quindi posto in cima al pendolo un peso aggiuntivo di 10kg.

Si sottolineare che essendo il peso complessivo del robot di poco inferiore ai 25kg, la variazione relativa percentuale del peso introdotta è superiore al 40%.

Come si nota dai grafici riportati di seguito, il robot non risente eccessivamente dell'ulteriore carico in assenza di ulteriori disturbi esterni.



Figura 6.15: Inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in presenza di disturbi parametrici con setpoint di velocità nullo.

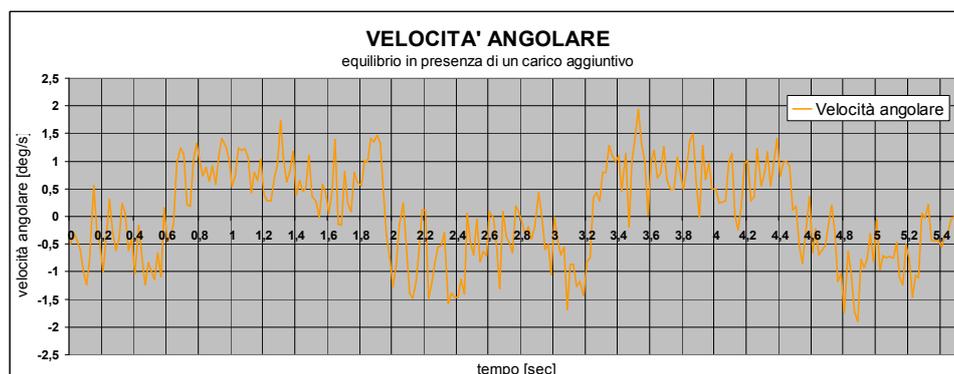


Figura 6.16: Velocità d'inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in presenza di disturbi parametrici con setpoint di velocità nullo.

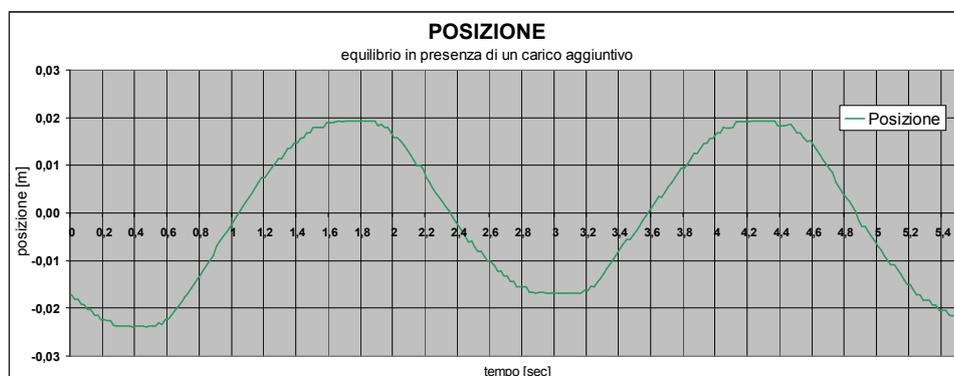


Figura 6.17: Posizione del carrello misurata durante il funzionamento del robot in presenza di disturbi parametrici con setpoint di velocità nullo.

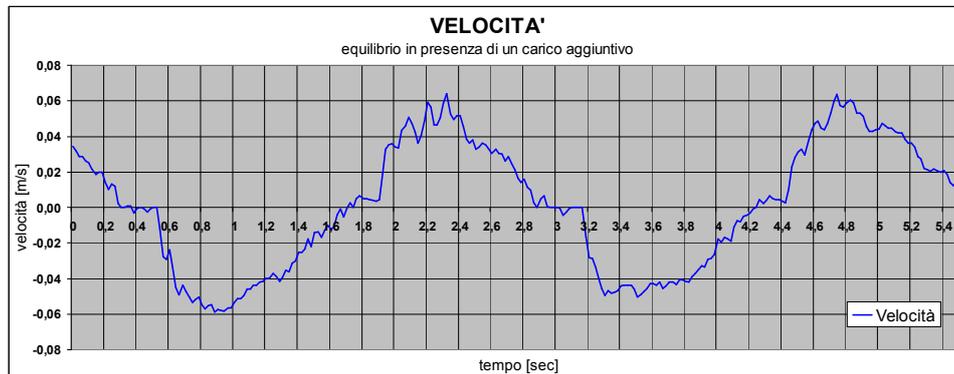


Figura 6.18: Velocità del carrello misurata durante il funzionamento del robot in presenza di disturbi parametrici con setpoint di velocità nullo.

6.2.4 Carico aggiuntivo e spinta

In questo test si è voluto verificare l'effetto congiunto dei disturbi parametrici e dei disturbi additivi.

È stato quindi caricato in cima al robot un peso di 10kg, lo stesso della prova 6.2.3, e partendo dalla condizione di equilibrio è stata data una spinta al pendolo simile a quella della prova 6.2.1. La forza impressa dal colpo ha generato un'accelerazione angolare di $15^\circ/\text{s}$ e ha inclinato il pendolo di 0.7° .

In Figura 6.19 si possono osservare i primi fotogrammi del filmato girato durante la prova descritta.

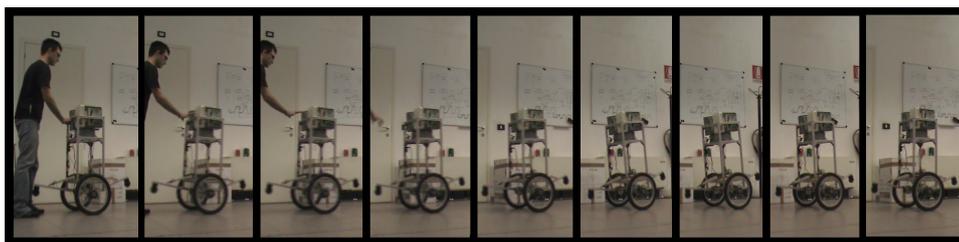


Figura 6.19: Primi fotogrammi del filmato della prova. Si noti la presenza del peso aggiuntivo posto in cima al pendolo.

Come si può notare dai grafici seguenti per recuperare tale combinazione di disturbi sono stati necessari circa 9 secondi e uno spazio "di frenata" inferiore al metro.

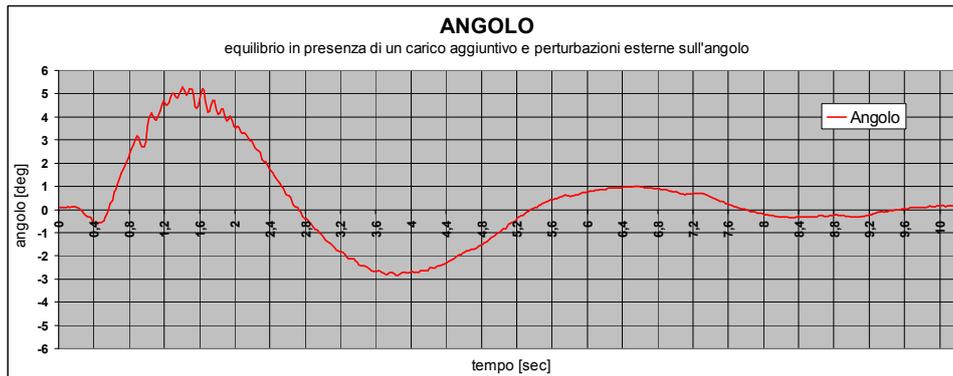


Figura 6.20: *Inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in presenza di disturbi parametrici e additivi con setpoint di velocità nullo.*

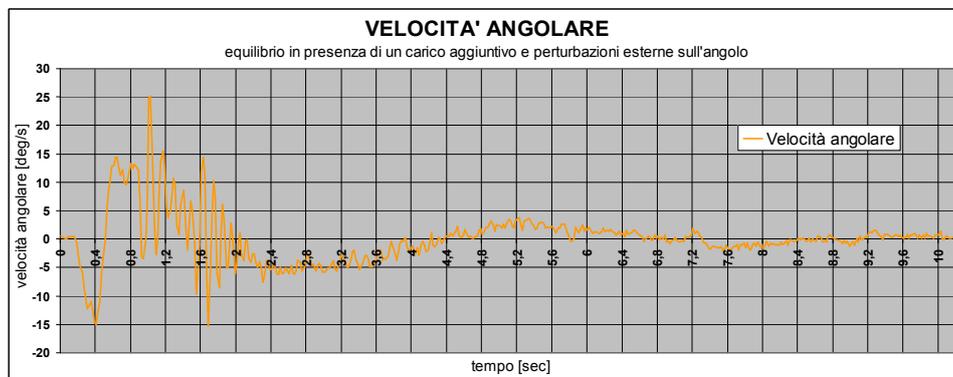


Figura 6.21: *Velocità d'inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in presenza di disturbi parametrici e additivi con setpoint di velocità nullo.*

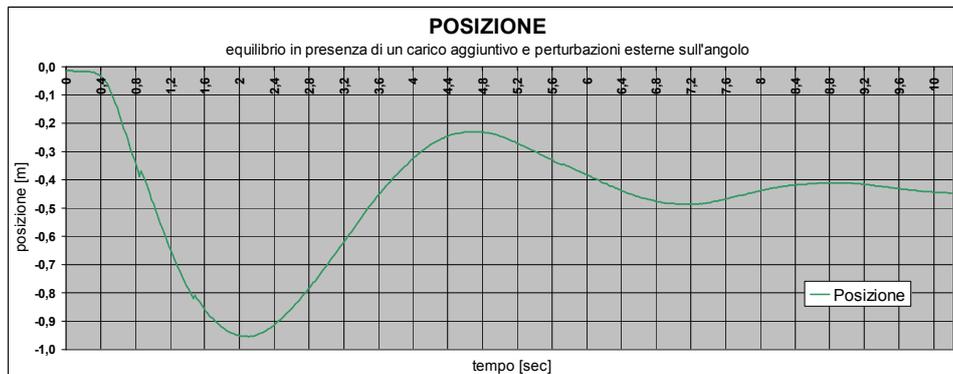


Figura 6.22: *Posizione del carrello misurata durante il funzionamento del robot in presenza di disturbi parametrici e additivi con setpoint di velocità nullo.*

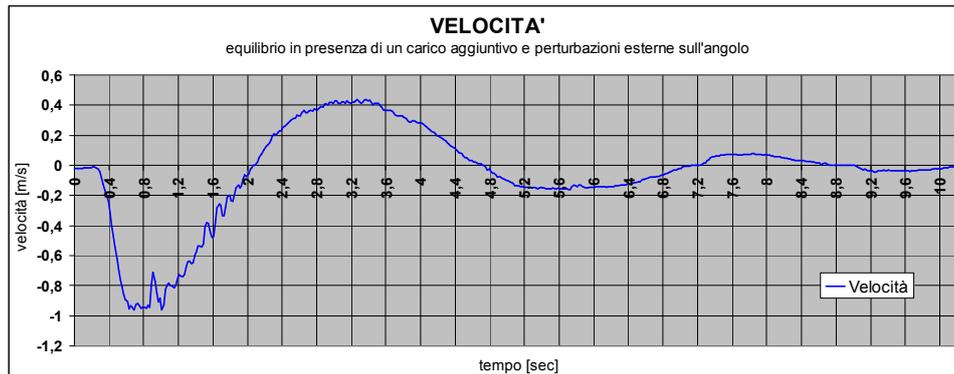


Figura 6.23: Velocità del carrello misurata durante il funzionamento del robot in presenza di disturbi parametrici e additivi con setpoint di velocità nullo.

6.3 Equilibrio in movimento (in assenza di perturbazioni esterne)

I seguenti esperimenti hanno lo scopo di testare la capacità del robot di inseguire profili di velocità differenti in assenza di perturbazioni esterne.

6.3.1 Velocità desiderata = 0,214 m/s

Nel test seguente partendo dalla situazione di equilibrio sono stati dati in ingresso due scalini di velocità. Il primo, generato all'istante $t = 1.6$ s, ha portato il setpoint da 0 m/s a 0,214 m/s, mentre il secondo, applicato dopo 20 secondi rispetto al precedente, ha riportato il setpoint a 0 m/s.

Come si può notare dai grafici seguenti per raggiungere la velocità desiderata sono serviti circa 6 secondi ed è stato necessario inclinare il pendolo di 1.20° , mentre per l'arresto sono serviti qualche secondo in meno.

Osservando il grafico della posizione si nota come, soprattutto tra i 6.8 – 9.8 sec, lo spostamento cresce linearmente con una velocità di circa 0.214 m/s, come desiderato.

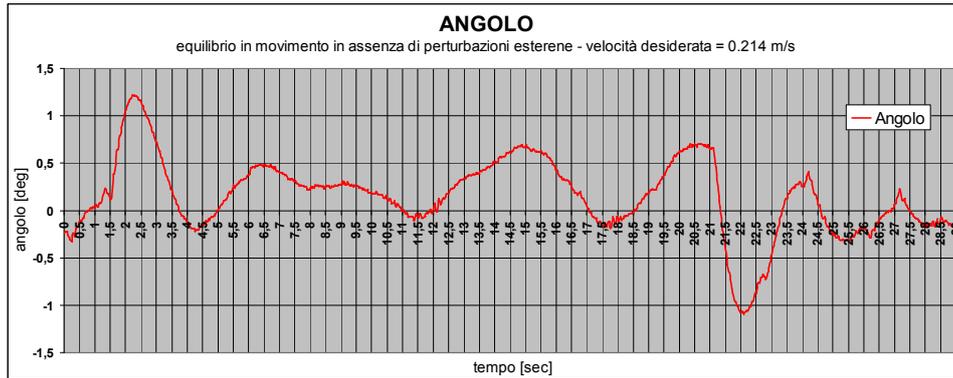


Figura 6.24: *Inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in assenza di disturbi esterni con setpoint di velocità = 0.214 m/s.*

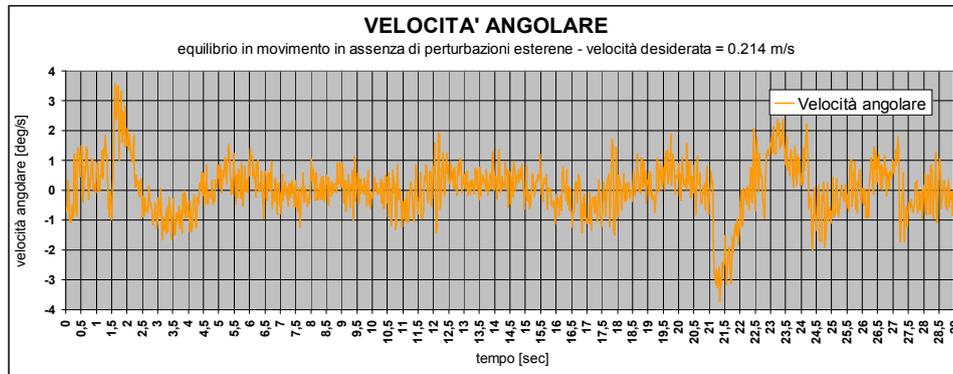


Figura 6.25: *Velocità d'inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in assenza di disturbi esterni con setpoint di velocità = 0.214 m/s.*

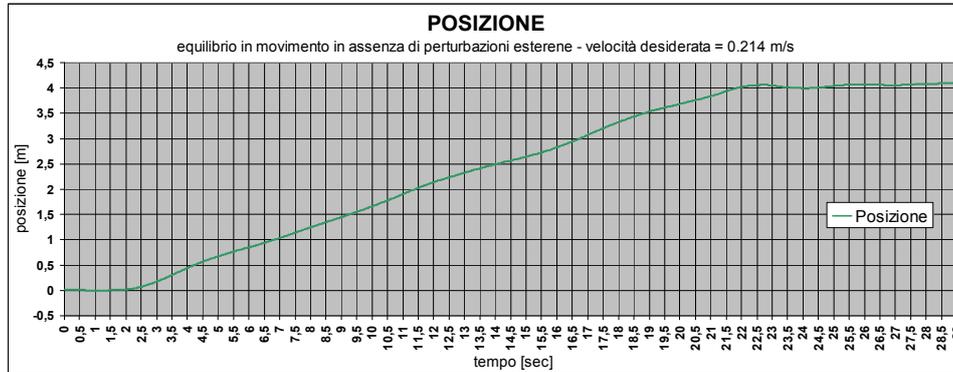


Figura 6.26: *Posizione del carrello misurata durante il funzionamento del robot in assenza di disturbi esterni con setpoint di velocità = 0.214 m/s.*

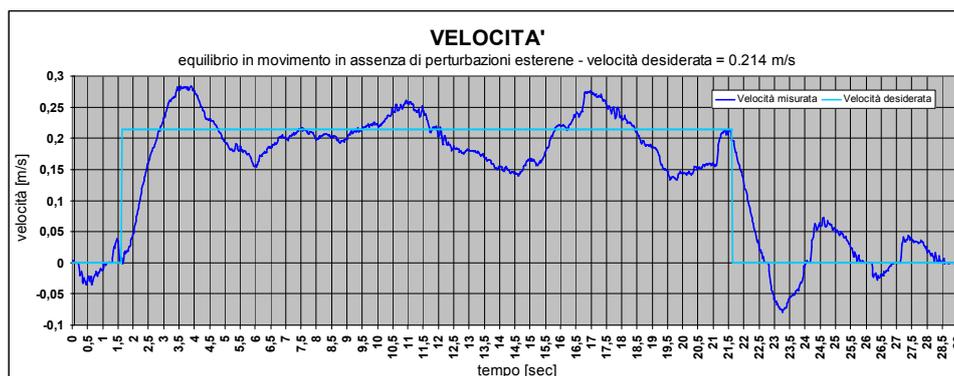


Figura 6.27: Velocità del carrello misurata durante il funzionamento del robot in assenza di disturbi esterni con setpoint di velocità = 0.214 m/s.

6.3.2 Velocità desiderata = 0,357 m/s

Le dinamiche di questo test rispecchiano quelle del test 6.3.2, l'unica differenza, oltre la velocità richiesta che è passata dai 0.214 m/s precedenti ai 0,357 m/s attuali, è il tempo di mantenimento della velocità non nulla, che è dovuto essere dimezzato, passando così a misurare solo 10 secondi, a causa di carenza di spazio per far muovere il robot.

Come si può notare dai grafici seguenti per raggiungere la velocità desiderata sono serviti 8 secondi ed è stato necessario inclinare il pendolo di 2.45° , mentre per l'arresto sono serviti 6 secondi.

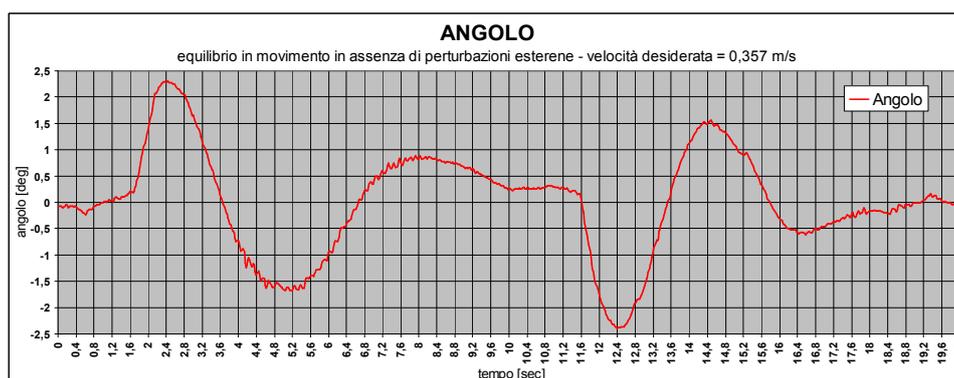


Figura 6.28: Inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in assenza di disturbi esterni con setpoint di velocità = 0.357 m/s.

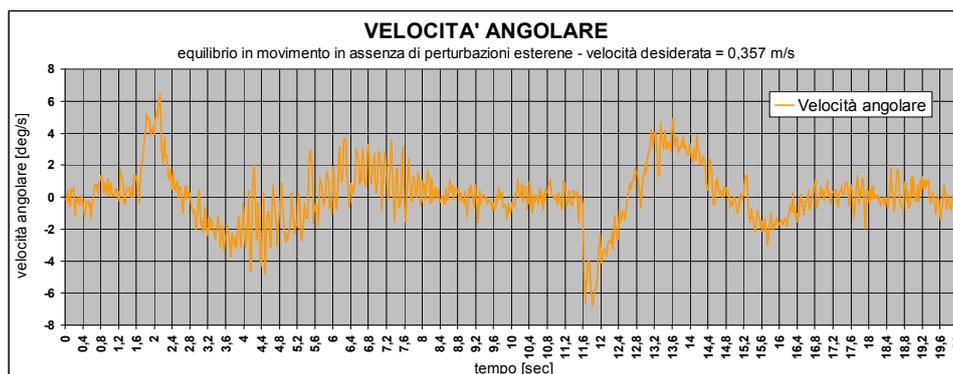


Figura 6.29: Velocità d'inclinazione del pendolo misurata durante il funzionamento del robot in assenza di disturbi esterni con setpoint di velocità = 0.357 m/s.

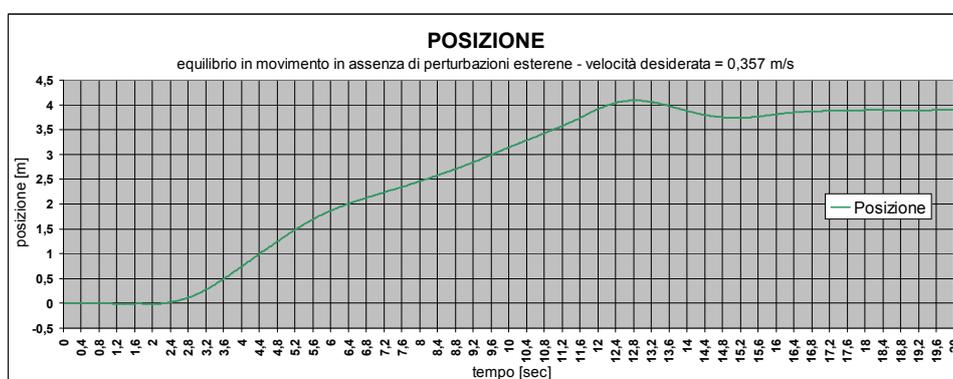


Figura 6.30: Posizione del carrello misurata durante il funzionamento del robot in assenza di disturbi esterni con setpoint di velocità = 0.357 m/s.

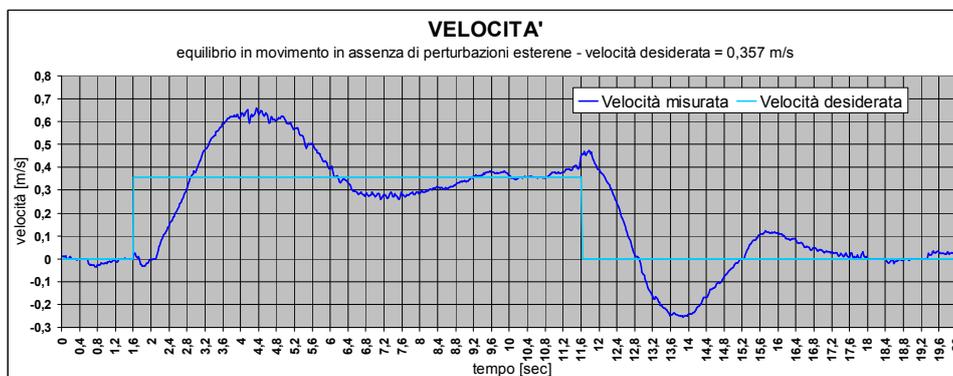


Figura 6.31: Velocità del carrello misurata durante il funzionamento del robot in assenza di disturbi esterni con setpoint di velocità = 0.357 m/s.

Osservando il grafico della posizione si nota come, soprattutto tra gli 8.6 e gli 11.6 sec, lo spostamento cresce linearmente con una velocità di circa 0,356 m/s, come desiderato.

Conclusioni

Il lavoro presentato in questa tesi ha permesso di realizzare il controllore di una base robotica bilanciante su ruote in grado di mantenere l'equilibrio e di seguire un profilo di velocità.

Il modello del sistema ricavato, pur non considerando alcune componenti agenti sul sistema reale come gli attriti delle ruote e della trasmissione, ha soddisfatto le richieste, rivelandosi sufficientemente attinente al sistema reale da permettere la realizzazione di un buon controllore.

Dal punto di vista del controllo del robot, sono state studiate diverse metodologie e alla fine è stato scelto di realizzare un controllo di tipo classico. Le prove sperimentali effettuate hanno permesso di evidenziare le caratteristiche dell'approccio scelto e le problematiche da affrontare al fine di migliorare il comportamento del sistema. I risultati ottenuti mostrano che il robot è in grado di mantenere l'equilibrio anche in presenza di moderate perturbazioni esterne ed è capace di seguire un semplice profilo di velocità anche in presenza di salite e discese non eccessive.

Sviluppi futuri

Di seguito verranno indicate possibili migliorie e soluzioni alternative, suggerite dall'esperienza accumulata in laboratorio nei mesi di lavoro sulla tesi, per poter ottimizzare il sistema in oggetto e il suo controllo.

6.4 Evoluzione e riformulazione del modello matematico del sistema

La descrizione del sistema tramite il modello matematico non ha un vero e proprio limite: tempo e potenza di calcolo permettendo è possibile simulare anche le interazioni tra i singoli atomi di un sistema. La capacità di analisi e l'esperienza di un modellista stanno nel trovare il giusto compromesso tra complessità del modello ed efficacia della simulazione.

Nel nostro caso, sarebbe interessante integrare le equazioni che descrivano, o quanto meno approssimino, i vari attriti agenti sul robot in modo da poter migliorare il controllo effettuato e arrivare a fornire esattamente la coppia necessaria a portare lo stato del sistema nella situazione voluta.

Se il nuovo modello così riformulato sarà sufficientemente fedele è auspicabile riuscire ad eliminare le ridotte oscillazioni che attualmente caratterizzano il comportamento del robot.

6.5 Ottimizzazione del riferimento per la verticale

Durante le fasi di test del controllore attualmente implementato si è notato come la risposta del sistema sia abbastanza influenzata dalla correttezza del riferimento della verticale, soprattutto in assenza del controllo di velocità. In certe prove è stato un errore così rilevante da costringerci a modificare

l'esecuzione dei test per far in modo di diminuire la sua incidenza (si veda a tal proposito il test 1 – cap. 4.9).

Sarebbe quindi opportuno implementare un metodo di taratura automatica del riferimento per la verticale, in modo da ovviare alla complicata e alquanto imprecisa taratura a mano.

6.6 Studio e implementazione di nuovi controllori

La scelta di utilizzare i controllori classici è stata effettuata per semplificare lo studio del controllore, sarebbe quindi interessante, come raffronto a quanto fatto, osservare il comportamento del sistema implementando controllori più complessi. Per esempio il controllo LQR agendo sulle quattro variabili di stato potrebbe garantire prestazioni migliori.

6.7 Dispositivi accessori

Una volta raffinato e consolidato il comportamento del controllore del moto sarà possibile dotare il robot di ulteriori dispositivi che consentano di individuare gli ostacoli, riconoscere gli ambienti, manipolare oggetti e interagire con l'uomo, sfruttando l'agilità e la contenuta impronta a terra che caratterizzano la base bilanciante su ruote.

Bibliografia

-
- ¹ T McGeer. Passive dynamic walking. *The International Journal of Robotics Research*, 9(2):62–82, 1990.
- ² Steve Collins, Andy Ruina, Russ Tedrake, and Martijn Wisse. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers. *Science Magazine*, 307:1082–1085, 2005.
- ³ Anybots. <http://www.anybots.com>.
- ⁴ Dean Kamen. Segway. <http://www.segway.com>, 2001.
- ⁵ D Michie and R. A. Chambers. Boxes: an experiment in adaptive control. *Machine Intelligence*, 2, 1968.
- ⁶ A Barto, R Sutton, and C Anderson. Neuron-like adaptive elements that can solve difficult learning control problems. In *Artificial neural networks: concept learning*, pages 81–93. IEEE Press, Piscataway, NJ, USA, 1983.
- ⁷ David P. Anderson. nbot - a two wheel balancing robot. <http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/index.html>, 2003.
- ⁸ Balbots. <http://www.balbots.com>.
- ⁹ Ruan Xiaogang and Zhano Jianwei. The pwm servo and lqr control of a dual-wheel upright self-balancing robot. *International Symposiums on Information Processing - Moscow, Russia*, 2008.

-
- ¹⁰ Alexander Bogdanov. Optimal control of a double inverted pendulum on a cart. Technical report cse-04-006, Department of Computer Science and Electrical Engineering, Oregon Health and Science University, Oregon, 2004.
- ¹¹ Lei Sun Ya and Joo Er Meng. Hybrid fuzzy control of robotics systems. In *Autonomous robotic systems: soft computing and hard computing methodologies and applications*, pages 403–427. Physica-Verlag GmbH, Heidelberg, Germany, Germany, 2003.
- ¹² Shouju Li, Chenfang Huo, and Yingxi Liu. Inverted pendulum system control by using modified pid neural network. In *ICICIC '08: Proceedings of the 2008 3rd International Conference on Innovative Computing Information and Control*, page 426, Washington, DC, USA, 2008. IEEE Computer Society.
- ¹³ M Riedmiller. Controlling an inverted pendulum by neural plant identification. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1993.
- ¹⁴ A Bonarini, C Caccia, A Lazaric, and M Restelli. Batch reinforcement learning for controlling a mobile wheeled pendulum robot. In *Artificial Intelligence in Theory and Practice II*, pages 151–160. Springer Boston, 2008.
- ¹⁵ Maxon Motor, riduttore.
<https://shop.maxonmotor.com/ishop/article/article/203119.xml>
- ¹⁶ Transdev, power transmission & conveying products.
<http://www.transdev.co.uk/>
- ¹⁷ Maxon Motor, motore.
<https://shop.maxonmotor.com/ishop/article/article/148867.xml>
- ¹⁸ ST, accelerometro LIS344ALH.
<http://www.st.com/stonline/books/pdf/docs/14337.pdf>
- ¹⁹ Analog Devices, giroscopio ADXRS150.
<http://www.analog.com/en/mems-sensors/inertial-sensors/adxrs150/products/product.html>
- ²⁰ Agilent, encoder in quadratura HEDS 5540.
<http://pdfdata.datasheetsite.com/pdf1/Agilent/HEDS-8910.pdf>
- ²¹ Pololu Robotics and Electronics, High-Power Motor Driver.
<http://www.pololu.com/catalog/product/759>

-
- ²² Allegro MicroSystems, driver A3941 Automotive Full Bridge MOSFET Driver. http://www.allegromicro.com/en/Products/Part_Numbers/3941/
- ²³ Maxim, driver MAX232 della porta seriale
<http://datasheets.maxim-ic.com/en/ds/MAX220-MAX249.pdf>
<http://it.emcelettronica.com/max232-maxim-rs232-driver>
- ²⁴ Nicolò Bachschmid, Stefano Bruni, Andrea Collina, Bruno Pizzigoni, Ferruccio Resta, *Fondamenti di meccanica teorica e applicata*, pages 69–78, McGraw-Hill, 2003.
- ²⁵ Guido Guardabassi, *Fondamenti di automatica*, pages 184–214, Pitagora Editrice, 1997.
- ²⁶ Huibert Kwakernaak and Raphael Sivan, *Linear Optimal Control Systems*. Wiley-Interscience, 1972.
- ²⁷ Giovanelli Simone, Celaschi Matteo e Stillo Alberto, *Fuzzy Logic – iPendulum*,
<http://www.ce.unipr.it/people/bianchi/Teaching/IntelligenzaArtificiale/LogicaFuzzy/SistemiFuzzyFlash/home.html>
- ²⁸ Giovanni Marro, *Controlli automatici*, Zanichelli, 2004.
- ²⁹ P. Bolzern, R. Scattolini, N. Schiavoni: *Fondamenti di controlli automatici*, pages 409-410, McGraw-Hill, Milano, 1998.